



Aislamos el cilindro y dibujamos el diagrama del sólido libre. El trabajo hecho sobre el cilindro es el realizado por la fuerza de rozamiento. Aunque es una resistencia a la rodadura, en este caso sí se desplaza con una aceleración constante a , porque está sobre la plataforma móvil. Este trabajo será:

$$W = F_r s$$

Si aplicamos las ecuaciones del movimiento del sólido rígido al cilindro tendremos:

$$\begin{aligned} \Sigma \mathbf{F} &= m \mathbf{a}_G \\ \Sigma \mathbf{M}_G &= I_G \boldsymbol{\alpha} \end{aligned}$$

La aceleración del centro de masa, teniendo en cuenta que el cilindro rueda sin deslizar sobre la plataforma, será:

$$a_G = a - \alpha r$$

Entonces, como todo el movimiento se realiza en el eje X:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = m(a_G)_x &\Rightarrow F_r = m a_G \Rightarrow F_r = m(a - \alpha r) \\ \Sigma \mathbf{M}_G = I_G \boldsymbol{\alpha} &\Rightarrow F_r r = \frac{1}{2} m r^2 \alpha \Rightarrow F_r = \frac{1}{2} m r \alpha \end{aligned}$$

Sustituyendo la expresión de F_r en la ecuación de fuerzas:

$$F_r = m(a - \alpha r) \Rightarrow \frac{1}{2} m r \alpha = m(a - \alpha r) \Rightarrow \frac{3}{2} r \alpha = a \Rightarrow \alpha = \frac{2a}{3r}$$

La fuerza de rozamiento será entonces:

$$F_r = m(a - \alpha r) = m \left(a - \frac{2a}{3r} r \right) = \frac{ma}{3}$$

Tenemos ahora que tanto en rotación como en traslación el movimiento es uniformemente acelerado, luego aplicamos las ecuaciones de la cinemática:

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{2} a t^2 \\ \theta &= \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow 2\pi = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3r} t^2 \end{aligned}$$

donde 2π es el espacio angular.

Dividiendo las dos expresiones:

$$\frac{s}{2\pi} = \frac{3r}{2} \Rightarrow s = 3\pi r$$

Por tanto el trabajo hecho sobre el cilindro es:

$$W = F_r s = \frac{ma}{3} \cdot 3\pi r = ma\pi r$$

$$\underline{W = ma\pi r}$$