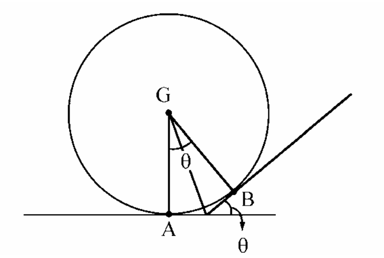


Llegará un momento en que el disco, en su movimiento, entre en contacto con el plano inclinado. Esto sucederá cuando la bisectriz del ángulo formado por la horizontal y el plano inclinado pase por el centro del disco.

Habrá un instante en que el disco apoyará en el punto A del plano horizontal y empezará a apoyar en el punto B del plano inclinado. A medida que el disco tiende a subir, aumentará el contacto en B y disminuirá en A. Cuando todo el apoyo se haga en B el disco rodará hacia arriba por el plano inclinado.

El tiempo transcurrido en ese cambio de apoyo, o lo que es lo mismo, el tiempo que ha tardado en pasar de la superficie horizontal a la inclinada, es muy pequeño, por lo que el impulso angular del peso, tomando como centro de momentos el punto B, es despreciable:

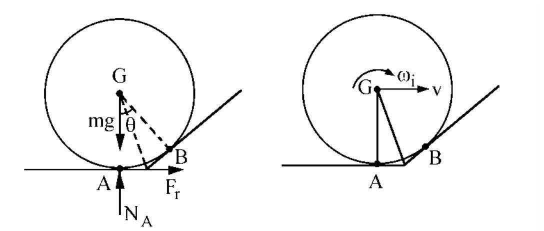
$$\int_0^t \mathbf{M}_{\mathbf{PB}} dt = 0$$

Podemos tomar el punto B como centro de reducción porque al ser una rodadura es el centro instantáneo de rotación, y por tanto en ese instante su velocidad es nula. El impulso angular de la reacción en A también es despreciable puesto que el apoyo va disminuyendo hasta anularse en un instante de tiempo.

$$\int_0^t \mathbf{M}_{\mathbf{R_A B}} dt = 0$$

Sin embargo la fuerza de reacción en B será muy intensa, ya que la cantidad de movimiento varía, puesto que varía la velocidad del centro de masa y el tiempo de contacto es muy corto. Por tanto:

$$\int_0^t \mathbf{M}_{\mathbf{PB}} dt = 0 \Rightarrow \int_i^f d\mathbf{L}_{\mathbf{B}} = 0$$



Es decir, el momento cinético o angular con respecto a B se conserva en el instante de tiempo t que dura el paso de la horizontal al plano inclinado.

Un instante antes del contacto con B tenemos:

$$\mathbf{L}_{\mathbf{Bi}} = I_G \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{i}} + \mathbf{BG} \times m\mathbf{v}$$

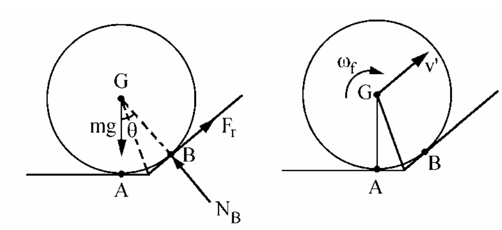
Como el movimiento es de rodadura:

$$v = \omega_i r$$

y obtenemos:

$$L_{Bi} = I_G \omega_i + BGmv\,\text{sen}(90^\circ - \theta) = \frac{1}{2} mr^2 \omega_i + rm\omega_i r \cos\theta = mr^2 \omega_i \left(\frac{1}{2} + \cos\theta\right) =$$

$$= mrv\left(\frac{1}{2} + \cos\theta\right) = mrv\left(\frac{1}{2} + \cos 10^\circ\right)$$



Un instante después, cuando el disco apoya completamente en B y empieza a rodar hacia arriba del plano inclinado:

$$\mathbf{L_{Bf}} = I_G \boldsymbol{\omega_f} + \mathbf{BG} \times m\mathbf{v'}$$

Como el movimiento sigue siendo rodadura:

$$v' = \omega_f r$$

y tendremos:

$$L_{Bf} = I_G \omega_f + BGmv' = \frac{1}{2} mr^2 \omega_f + rmr\omega_f =$$
$$= \frac{1}{2} mrv' + mrv' = \frac{3}{2} mrv'$$

Como el momento cinético se conserva:

$$L_{Bi} = L_{Bf} \Rightarrow mrv\left(\frac{1}{2} + \cos 10^{\circ}\right) = \frac{3}{2} mrv' \Rightarrow v' = \frac{\frac{1}{2} + \cos 10^{\circ}}{\frac{3}{2}} v = 0.99v$$

<u>v'=0.99v</u>

La energía perdida al pasar al plano inclinado será:

$$E_{Ci} - E_{Cf} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I_G \omega_i^2 - \frac{1}{2} mv'^2 - \frac{1}{2} I_G \omega_f^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mr^2 \omega_i^2 - \frac{1}{2} mv'^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mr^2 \omega_f^2 =$$

$$= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{4} mv^2 - \frac{1}{2} mv'^2 - \frac{1}{4} mv'^2 = \frac{3}{4} mv^2 - \frac{3}{4} mv'^2 = \frac{3}{4} m\left\{v^2 - \left[\frac{v}{3}\left(1 + 2\cos 10^{\circ}\right)\right]^2\right\}$$

La energía cinética inicial es:

$$E_{Ci} = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I_G \omega_i^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} mr^2 \omega_i^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{4} mv^2 = \frac{3}{4} mv^2$$

Por tanto la fracción de energía perdida es:

$$n = \frac{E_{Ci} - E_{Cf}}{E_{Ci}} 100 = \frac{\frac{3}{4} m\left\{v^2 - \left[\frac{v}{3}\left(1 + 2\cos 10^{\circ}\right)\right]^2\right\}}{\frac{3}{4} mv^2} 100 = \frac{v^2 - \left[\frac{v}{3}\left(1 + 2\cos 10^{\circ}\right)\right]^2}{v^2} 100 =$$
$$= \left[1 - \frac{1}{9}(1 + 2\cos 10^{\circ})^2\right] 100 = 2\%$$

<u>n=2%</u>