a) A lo largo de todo el problema tomaremos como sistema de ejes unos cartesianos, con el eje X horizontal y positivo hacia la derecha, el eje Y vertical y positivo hacia arriba y el eje Z perpendicular a ambos y positivo hacia fuera de la hoja. Denominaremos a los datos:

$$m_A=8 \text{ kg};\ m_B=3 \text{ kg};\ r=24 \text{ cm}=0.24 \text{ m};\ \mu=0.2;\ P=10 \text{ N}$$

Supondremos en principio que el cilindro rueda sin deslizar sobre el carro. Por tanto, respecto del carro, la aceleración del centro geométrico del cilindro (A), que coincide con su centro de masa, será:

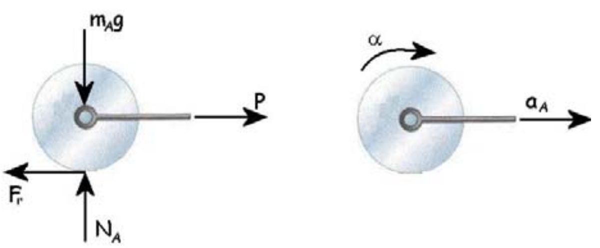
$$a_{A/B}=\alpha r$$

y además, como no hay deslizamiento, la fuerza de rozamiento es inferior a su valor máximo:

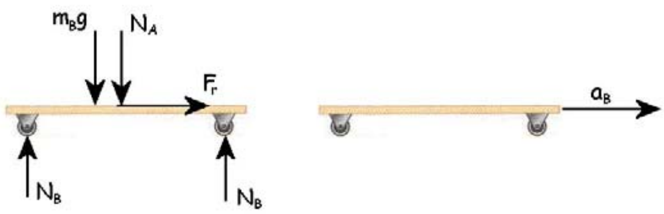
$$F_r<(F_r)_{máx} \Rightarrow F_r<\mu N_A$$

Tendremos que tener en cuenta que el cilindro está en movimiento respecto del carro B. Como el carro únicamente se traslada:

$$\mathbf{a_{A/B}}=\mathbf{a_A}-\mathbf{a_B} \Rightarrow \mathbf{a_A}=\mathbf{a_{A/B}}+\mathbf{a_B}=\alpha r\mathbf{i}+a_B\mathbf{i}=(\alpha r+a_B)\mathbf{i}$$



Ahora realizamos los diagramas de sólido libre, tanto del cilindro como del carro. Como hemos visto, el cilindro tiene una aceleración en la dirección positiva del eje X. En cuanto a fuerzas, está sometido a su peso, a la fuerza P y a la acción del carro, que tiene dos componentes: la normal y la fuerza de rozamiento. Podemos ver el sentido de la fuerza de rozamiento teniendo en cuenta la ecuación de momentos, ya que es la única fuerza que da momento respecto del centro de masas, y por tanto el momento tiene que tener el mismo sentido que la aceleración angular (α).



A continuación tendremos que hacer el diagrama de sólido libre del carro B, a cuya aceleración hemos denominado a_B. En cuanto a fuerzas tendremos su peso, la reacción del cilindro (que por la tercera ley de Newton será igual y de sentido contrario a la acción del carro sobre el cilindro) y la acción del suelo, que sólo será normal puesto que con el suelo no existe rozamiento. Aplicamos a continuación la segunda ley de Newton. Para el cilindro:

$$\Sigma F_x=m_A(a_A)_x \Rightarrow P-F_r=m_A a_A \Rightarrow P-F_r=m_A(\alpha r+a_B) \Rightarrow 10-F_r=8(0.24\alpha+a_B)$$

$$\Sigma M_G = I_G\alpha \Rightarrow F_r r=\frac{1}{2}m_A r^2\alpha \Rightarrow F_r=\frac{1}{2}m_A r\alpha \Rightarrow F_r=\frac{1}{2}8\cdot 0.24\alpha=0.96\alpha$$

Sustituimos la expresión de la fuerza de rozamiento en la ecuación del eje X:

$$10-F_r=8(0.24\alpha+a_B) \Rightarrow 10-0.96\alpha=1.92\alpha+8a_B \Rightarrow 10=2.88\alpha+8a_B$$

Tenemos una ecuación con dos incógnitas (α y a_B). Planteamos pues la segunda ley de Newton para el carro:

$$\Sigma F_x=m_B(a_B)_x \Rightarrow F_r=m_B a_B \Rightarrow 0.96\alpha=3a_B$$

Tenemos ya dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$\begin{gathered}10=2.88\alpha+8a_B\\ 0.96\alpha=3a_B\end{gathered}$$

De la segunda:

$$0.96\alpha=3a_B \Rightarrow \alpha=3.125a_B$$

Y sustituyendo en la primera:

$$10=2.88\alpha+8a_B \Rightarrow 10=2.88 \cdot 3.125a_B+8a_B \Rightarrow 10=17a_B \Rightarrow a_B=0.588 \text{ m/s}^2$$

Comprobemos ahora que el cilindro efectivamente rueda sin deslizar. Conociendo a_B podemos determinar la fuerza de rozamiento:

$$F_r= m_B a_B =3 \cdot 0.588 =1.765 \text{ N}$$

La reacción normal la podemos obtener de la ecuación del eje Y del cilindro:

$$\Sigma F_y=m_A(a_A)_y \Rightarrow N_A-m_Ag=0 \Rightarrow N_A=m_Ag=8 \cdot 9.8=78.4 \text{ N}$$

La fuerza de rozamiento máxima será:

$$(F_r)_{máx}=\mu N_A=0.2 \cdot 78.4=15.68 \text{ N}$$

Vemos que efectivamente la fuerza de rozamiento es inferior a su valor máximo, y que por tanto el cilindro rueda sin deslizar:

$$F_r<(F_r)_{máx} \Rightarrow 1.765<15.68$$

Los resultados por tanto son correctos. La aceleración del carro es:

$$\underline{a_B=0.588 \text{ m/s}^2}$$

Puesto que la aceleración es constante, el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado. Por tanto la velocidad máxima del carro se producirá al cabo de los 1.2 s en los que actúa la fuerza P:

$$v_B=v_{0B}+a_Bt=a_Bt=0.588 \cdot 1.2=0.706 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_B=0.706 \text{ m/s}}$$

b) Conociendo a_B ya podemos determinar α:

$$\alpha=3.125a_B=3.125 \cdot 0.588=1.838 \text{ rad/s}^2$$

Y con el valor de α tenemos ya la aceleración del cilindro:

$$a_A=\alpha r+a_B=1.838 \cdot 0.24+0.588=1.029 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_A=1.029 \text{ m/s}^2}$$

Igual que para el carro, el movimiento del centro del cilindro es rectilíneo uniformemente acelerado. La velocidad máxima se producirá por tanto en el instante en que deje de aplicarse la fuerza P, es decir, para t=1.2 s:

$$v_A=v_{0A}+a_At=a_At=1.029 \cdot 1.2=1.235 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_A=1.235 \text{ m/s}}$$

c) La fuerza que ejerce el carro sobre el cilindro está formada por la normal y la fuerza de rozamiento, que ambas hemos determinado ya. Vectorialmente tendremos:

$$\mathbf{R}=-F_r\mathbf{i}+N_A\mathbf{j}=-1.765\mathbf{i}+78.4\mathbf{j}$$

Y en módulo:

$$R = \sqrt{F_r^2 + N_A^2} = \sqrt{1.765^2 + 78.4^2} = 78.42 \text{ N}$$

<u>R=78.42 N</u>