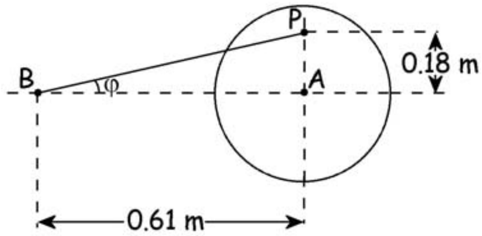
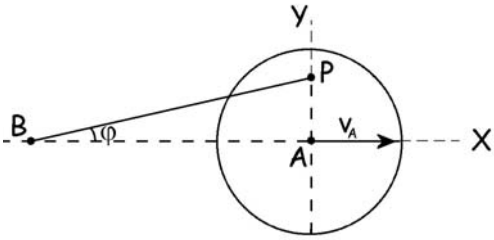


a) Para el instante que nos dice el problema el punto P está sobre la vertical de A. Vamos a ver en primer lugar las condiciones geométricas. Tendremos lo que aparece en la figura (ponemos ya las unidades en el sistema internacional). El ángulo φ valdrá:

$$\text{tg}\varphi = \frac{0.18}{0.61} = 0.295 \Rightarrow \varphi = 16.44^{\circ}$$

Y la distancia BP:

$$BP = \sqrt{0.61^2 + 0.18^2} = 0.636 \text{ m}$$



La velocidad del punto P es:

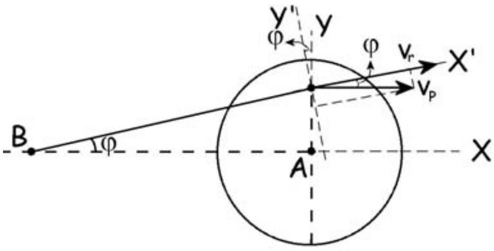
$$\mathbf{v_P}=\mathbf{v_A}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{D} \times \mathbf{AP}$$

siendo $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{D}$ la velocidad angular del disco. El punto A es el centro geométrico del disco, luego su velocidad es paralela al suelo y vale, tomando unos ejes XY cartesianos normales (el eje X horizontal positivo hacia la derecha y el eje Y vertical positivo hacia arriba):

$$\mathbf{v_A}=\omega_D r\mathbf{i}=20 \cdot 0.25\mathbf{i}=5\mathbf{i} \text{ m/s}$$

Por tanto la velocidad de P será:

$$\mathbf{v_P}=\mathbf{v_A}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{D} \times \mathbf{AP}= = 5\mathbf{i} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -20 \\ 0 & 0.18 & 0 \end{vmatrix} = 5\mathbf{i} + 3.6\mathbf{i} = 8.6\mathbf{i}$$



Ahora vamos a poner la velocidad del punto P en función de B, para así tener la velocidad relativa. Tomaremos unos nuevos ejes X' e Y', el eje X' en la dirección BP y sentido positivo el de crecimiento de dicha distancia y el Y' perpendicular al anterior y sentido positivo el de crecimiento de φ. Tendremos pues ahora:

$$\mathbf{v_P}=\mathbf{v_B}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{B} \times \mathbf{BP}+\mathbf{v_r}$$

La velocidad del punto P es de 8.6 m/s, sólo tendremos que proyectarla en los nuevos ejes. El punto B es un punto en reposo luego su velocidad es nula ($\mathbf{v_B}=0$). La velocidad angular de la barra será negativa puesto que tiene sentido horario, y la velocidad relativa tendrá la dirección de la barra, y la supondremos por comodidad positiva. Así pues nos queda:

$$\mathbf{v_P}=\mathbf{v_B}+\boldsymbol{\omega}_\mathbf{B} \times \mathbf{BP}+\mathbf{v_r} \Rightarrow v_P \cos\varphi\mathbf{i'} - v_P \text{sen}\varphi\mathbf{j'} = \begin{vmatrix} \mathbf{i'} & \mathbf{j'} & \mathbf{k'} \\ 0 & 0 & -\omega_B \\ BP & 0 & 0 \end{vmatrix} + v_r\mathbf{i'}$$

$$8.6\cos 16.44^{o}\,\mathbf{i'} - 8.6\,\mathrm{sen}16.44^{o}\,\mathbf{j'} = \begin{vmatrix} \mathbf{i'} & \mathbf{j'} & \mathbf{k'} \\ 0 & 0 & -\omega_B \\ 0.636 & 0 & 0 \end{vmatrix} + v_r\mathbf{i'}$$

Igualamos las componentes sobre el eje Y' y tendremos:

$$-8.6\mathrm{sen}16.44^{o} = -0.636\omega_B \Rightarrow \omega_B = 3.827 \text{ rad/s}$$

$\underline{\omega_B = 3.827 \text{ rad/s}}$

b) Igualando las componentes sobre el eje X':

$$8.6\cos 16.44^{o} = v_r \Rightarrow v_r = 8.248 \text{ m/s}$$

$\underline{v_r = 8.248 \text{ m/s}}$

c) Vamos a hacer lo mismo con las aceleraciones. La aceleración del punto P será:

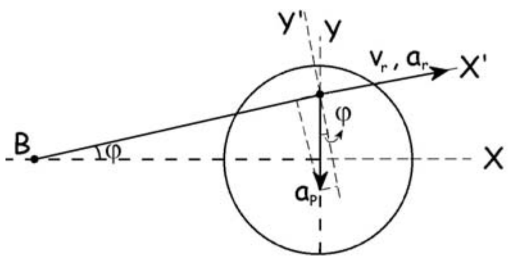
$$\mathbf{a_P} = \mathbf{a_A} + \alpha_D \times \mathbf{AP} - \omega_D^2\mathbf{AP}$$

El punto A tiene movimiento rectilíneo y uniforme luego su aceleración es nula. Además, el disco gira con velocidad angular constante luego α_D=0. Así pues nos queda:

$$\mathbf{a_P} = \mathbf{a_A} + \alpha_D \times \mathbf{AP} - \omega_D^2\mathbf{AP} = -20^2(0.18\mathbf{j}) = -72\mathbf{j}$$

Ahora, en función del punto B nos quedará:

$$\mathbf{a_P} = \mathbf{a_B} + \alpha_B \times \mathbf{BP} - \omega_B^2\mathbf{BP} + 2\omega_B \times \mathbf{v_r} + \mathbf{a_r}$$



Tomaremos de nuevo los ejes X'Y', de modo que tendremos que proyectar la aceleración de P. El punto B es fijo luego su aceleración es nula ($\mathbf{a_B}$=0) y la aceleración relativa tendrá la dirección de la ranura, y como con la velocidad relativa, supondremos por comodidad que es positiva. Así pues tendremos:

$$\mathbf{a_P} = \mathbf{a_B} + \alpha_B \times \mathbf{BP} - \omega_B^2\mathbf{BP} + 2\omega_B \times \mathbf{v_r} + \mathbf{a_r}$$

$$-a_P\mathrm{sen}\varphi\,\mathbf{i'} - a_P\cos\varphi\,\mathbf{j'} = \begin{vmatrix} \mathbf{i'} & \mathbf{j'} & \mathbf{k'} \\ 0 & 0 & -\alpha_B \\ BP & 0 & 0 \end{vmatrix} - \omega_B^2 BP\mathbf{i'} + 2\begin{vmatrix} \mathbf{i'} & \mathbf{j'} & \mathbf{k'} \\ 0 & 0 & -\omega_B \\ v_r & 0 & 0 \end{vmatrix} + a_r\mathbf{i'}$$

$$-72\mathrm{sen}16.44^{o}\,\mathbf{i'} - 72\cos 16.44^{o}\,\mathbf{j'} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i'} & \mathbf{j'} & \mathbf{k'} \\ 0 & 0 & -\alpha_B \\ 0.636 & 0 & 0 \end{vmatrix} - 3.827^2(0.636\mathbf{i'}) + 2\begin{vmatrix} \mathbf{i'} & \mathbf{j'} & \mathbf{k'} \\ 0 & 0 & -3.827 \\ 8.248 & 0 & 0 \end{vmatrix} + a_r\mathbf{i'}$$

Igualamos componentes en el eje Y':

$$-72\cos 16.44^{\circ}=-0.636\alpha_B-2\cdot 3.827\cdot 8.248 \Rightarrow \alpha_B=9.318\ \text{rad/s}^2$$

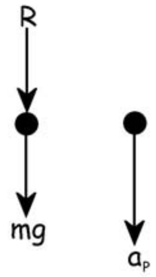
$$\underline{\alpha_B=9.318\ \text{rad/s}^2}$$

d) Igualando componentes en el eje X':

$$-72\,\text{sen}\,16.44^{\circ}=-3.827^2\cdot 0.636+a_r \Rightarrow a_r=-11.062\ \text{m/s}^2$$

El signo negativo sólo indica que el sentido de la aceleración relativa es contrario al supuesto, es decir, sentido contrario al de la velocidad relativa.

$$\underline{a_r=-11.062\ \text{m/s}^2}$$



e) Hacemos el diagrama de sólido libre del pasador P. Sobre él actúan únicamente el peso y la reacción de la varilla. La aceleración del pasador es vertical y hacia abajo ($\mathbf{a_P}=-72\mathbf{j}$ m/s^2), de modo que la resultante de las fuerzas tiene que ser vertical y hacia abajo. Como el peso es vertical y hacia abajo, la reacción de la varilla también lo tiene que ser, de modo que nos queda lo que aparece en la figura. Aplicando la segunda ley de Newton tendremos:

$$\Sigma F_Y=ma_{Py} \Rightarrow R+mg=ma_P \Rightarrow R=ma_P-mg=m(a_P-g)=0.1(72-9.8)=6.22\ \text{N}$$

$$\underline{R=6.22\ \text{N}}$$