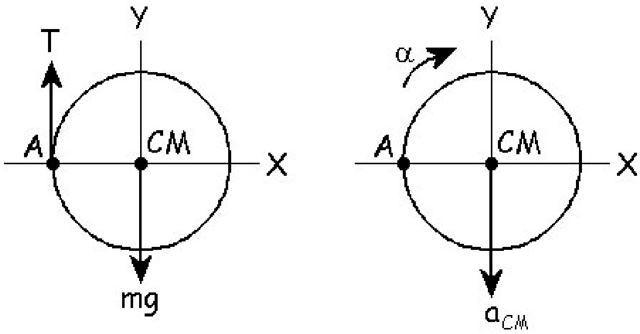


a, b, c) Hacemos en primer lugar el diagrama de sólido libre, ya que nos vale para los dos sistemas, ya que la única diferencia es el momento de inercia. En cuando a fuerzas, el sistema está sometido exclusivamente al peso y a la tensión de la cuerda. Como las fuerzas son todas verticales, la aceleración del centro de masas es también vertical, y además, como el sistema rueda sin deslizar respecto del punto de contacto con la cuerda (punto A) tendremos que:

$$a_{CM}=\alpha r=0{,}3\alpha$$

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_Y=m(a_{CM})_Y \Rightarrow mg-T=ma_{CM} \Rightarrow mg-T=0{,}3m\alpha \Rightarrow 2\cdot 9{,}8-T=0{,}3\cdot 2\alpha \Rightarrow 19{,}6-T=0{,}6\alpha$$

Y de la ecuación de la rotación:

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow -Tr=-I_{CM}\alpha \Rightarrow Tr=I_{CM}\alpha$$

Para el aro:

$$I_{CM}=mr^2 \Rightarrow Tr=I_{CM}\alpha \Rightarrow Tr=mr^2\alpha \Rightarrow T=mr\alpha=2\cdot 0{,}3\alpha=0{,}6\alpha$$

Sustituyendo en la ecuación de fuerzas:

$$19{,}6-T=0{,}6\alpha \Rightarrow 19{,}6-0{,}6\alpha=0{,}6\alpha \Rightarrow \alpha=16{,}333\ rad/s^2$$

$$\underline{\alpha=16{,}333\ rad/s^2}$$

La aceleración del centro de masas:

$$a_{CM}=0{,}3\cdot\alpha=0{,}3\cdot 16{,}333=4{,}9\ m/s^2$$

$$\underline{a_{CM}=4{,}9\ m/s^2}$$

Y la tensión:

$$T=0{,}6\alpha=0{,}6\cdot 16{,}333=9{,}8\ N$$

$$\underline{T=9{,}8\ N}$$

Y para el disco tendremos:

$$I_{CM}=\frac{1}{2}mr^2 \Rightarrow Tr=I_{CM}\alpha \Rightarrow Tr=\frac{1}{2}mr^2\alpha \Rightarrow T=\frac{1}{2}mr\alpha=\frac{1}{2}2\cdot 0{,}3\alpha=0{,}3\alpha$$

Operando del mismo modo sustituimos en la ecuación de fuerzas:

$$19{,}6-T=0{,}6\alpha \Rightarrow 19{,}6-0{,}3\alpha=0{,}6\alpha \Rightarrow \alpha=21{,}778\ rad/s^2$$

$$\underline{\alpha=21{,}778\ rad/s^2}$$

La aceleración del centro de masas:

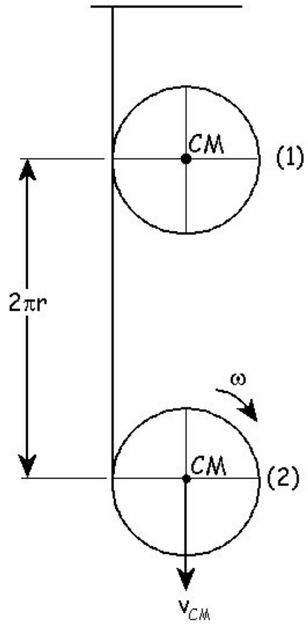
$$a_{CM}=0{,}3\alpha=0{,}3\cdot 21{,}778=6{,}533\ m/s^2$$

$$\underline{a_{CM}=6{,}533\ m/s^2}$$

Y la tensión:

$$T=0{,}3\alpha=0{,}3\cdot 21{,}778=6{,}533\ N$$

$$\underline{T=6{,}533\ N}$$



d) Ahora aplicamos el teorema del trabajo-energía cinética, teniendo en cuenta también que lo único que diferencia los sistemas es el momento de inercia. La posición inicial es la posición (1), cuando el sistema parte del reposo, y la posición (2) es la final, después de dar una vuelta completa. Tendremos:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_T=\Delta E_C$$

El peso es una fuerza conservativa y la tensión no realiza trabajo por estar aplicada en el centro instantáneo de rotación, que es un punto de velocidad nula:

$$W_{mg}+W_T=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow U_1-U_2=E_{C2}-E_{C1} \Rightarrow U_1=E_{C2}$$

$$mgh=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$$

Puesto que tanto el aro como el disco ruedan sin deslizar respecto del punto A tendremos:

$$v_{CM}=\omega r \Rightarrow \omega=\frac{v_{CM}}{r}$$

Nos queda pues:

$$mgh=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}I_{CM}\left(\frac{v_{CM}}{r}\right)^2$$

Ahora para el aro tenemos:

$$I_{CM}=mr^2 \Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}mr^2\left(\frac{v_{CM}}{r}\right)^2 \Rightarrow g2\pi r=\frac{1}{2}v_{CM}^2+\frac{1}{2}v_{CM}^2 \Rightarrow v_{CM}=\sqrt{2\pi gr}=$$

$$=\sqrt{2\pi\cdot 9{,}8\cdot 0{,}3}=4{,}298\ m/s^2$$

$$\underline{v_{CM}=4{,}298\ m/s^2}$$

Y para el disco:

$$I_{CM}=\frac{1}{2}mr^2 \Rightarrow mgh=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mr^2\left(\frac{v_{CM}}{r}\right)^2 \Rightarrow g2\pi r=\frac{1}{2}v_{CM}^2+\frac{1}{4}v_{CM}^2 \Rightarrow g2\pi r=\frac{3}{4}v_{CM}^2$$

$$v_{CM}=\sqrt{\frac{8}{3}\pi gr}=\sqrt{\frac{8}{3}\pi\cdot 9{,}8\cdot 0{,}3}=4{,}962\ m/s^2$$

$$\underline{v_{CM}=4{,}962\ m/s^2}$$

e) La aceleración del centro de masas del disco es mayor que la del aro, luego tardará menos tiempo en caer el disco.