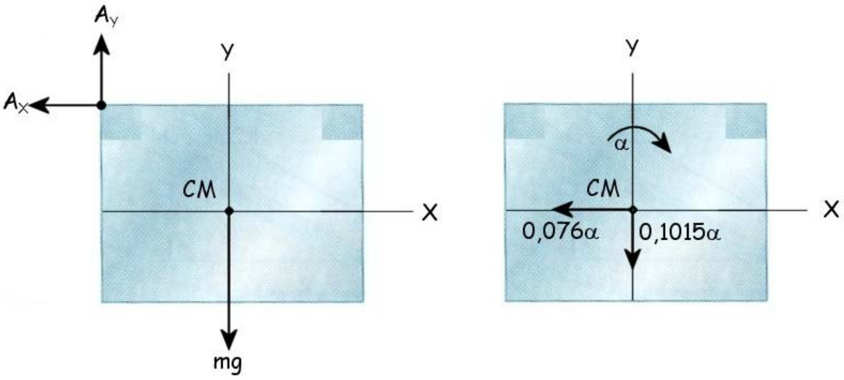
a) Hacemos el diagrama de sólido libre de la placa.



En cuanto a fuerzas, si eliminamos el pasador B tendremos el peso, vertical y hacia abajo en el centro de masas, y las reacciones en el pasador A, que serán independientes en las dos direcciones del plano, A_X y A_Y. En cuanto a la aceleración angular, evidentemente tendrá sentido horario, y la aceleración del centro de masas será tangencial, ya que el centro de masas realizará un movimiento circular en torno a A, pero en el instante inicial la aceleración normal será nula, puesto que parte del reposo $\left(a_n = \frac{v_{CM}^2}{\rho} = 0\right)$. Así, tendremos lo que aparece en la figura.

A continuación podemos relacionar la aceleración lineal con la angular, teniendo en cuenta las ecuaciones del movimiento relativo:

$$\mathbf{a}_{\mathbf{CM}} = \mathbf{a}_{\mathbf{A}} + \alpha \times \mathbf{r} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}) + 2\omega \times \mathbf{v}_{\mathbf{rel}} + \mathbf{a}_{\mathbf{rel}} = \alpha \times \mathbf{r} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -\alpha \\ \frac{0,203}{2} & -\frac{0,152}{2} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$=-0,076\alpha\mathbf{i}-0.1015\alpha\mathbf{j}$$

Aplicamos ahora la segunda ley de Newton para la traslación y la rotación:

$$\Sigma F_X=ma_{CMX} \Rightarrow -A_X=-\ ma_{CMX} \Rightarrow -A_X=-120 \cdot 0,076\alpha \Rightarrow -A_X=-9,12\alpha$$

$$\Sigma F_Y=ma_{CMY} \Rightarrow A_Y-mg=-ma_{CMY} \Rightarrow A_Y-120 \cdot 9,8=-120 \cdot 0,1015\alpha \Rightarrow A_Y-1176=-12,18\alpha$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow A_X\frac{0,152}{2} - A_Y\frac{0,203}{2} = -\frac{1}{12}m\left(a^2+b^2\right)\alpha$$

$$0,076A_X - 0,1015A_Y = -\frac{1}{12}120\left(0,203^2+0,152^2\right)\alpha \Rightarrow 0,076A_X - 0,1015A_Y = -0,64313\alpha$$

Tenemos un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas:

$$A_X=9,12\alpha$$
$$A_Y-1176=-12,18\alpha$$
$$0.076A_X-0,1015A_Y=-0,64313\alpha$$

Sustituimos la primera ecuación en las otras dos:

$$A_Y-1176=-12,18\alpha$$
$$0.076 \cdot 9,12\alpha-0,1015A_Y=-0,64313\alpha \Rightarrow A_Y=13,165\alpha$$

Y sustituimos la segunda ecuación en la primera:

$$A_Y\text{-}1176=-12{,}18\alpha \Rightarrow 13{,}165\alpha-1176=-12{,}18\alpha \Rightarrow \alpha=46{,}40\ \text{rad/s}^2$$

$$\underline{\alpha=46{,}40\ \text{rad/s}^2}$$

Y las reacciones:

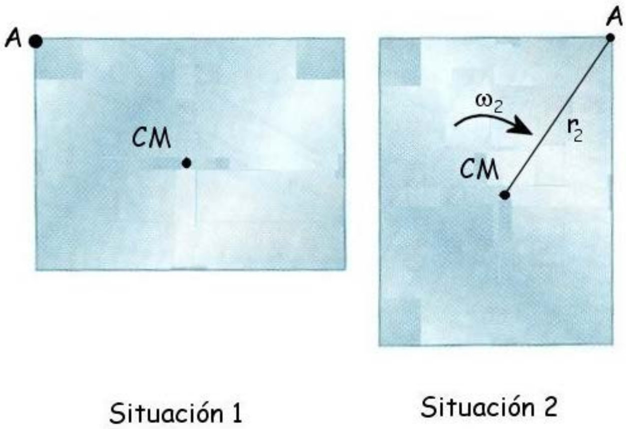
$$A_X=9{,}12\alpha=9{,}12 \cdot 46{,}40=423{,}16\ \text{N}$$

$$\underline{A_X=423{,}16\ \text{N}}$$

$$A_Y=13{,}165\alpha=13{,}165 \cdot 46{,}60=610{,}85\ \text{N}$$

$$\underline{A_Y=610{,}85\ \text{N}}$$

b) Veamos qué ocurre cuando la barra ha girado 90º. Tenemos lo que aparece en la figura. Aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre las dos posiciones:



$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_A=\Delta E_C$$
$$W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C$$
$$U_1-U_2=E_{C2}-E_{C1} \Rightarrow U_1-U_2=E_{C2}$$
$$mgh_1-mgh_2=\frac{1}{2}mv_{CM2}^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega_2^2$$
$$mg(h_1-h_2)=\frac{1}{2}mv_{CM2}^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega_2^2$$

Vamos a relacionar la velocidad lineal del centro de masas con la velocidad angular, para así tener sólo una incógnita. Utilizamos de nuevo las ecuaciones del movimiento relativo:

$$\mathbf{v}_{\mathbf{CM2}}=\mathbf{v}_{\mathbf{A}}+\omega_2\times\mathbf{r_2}+\mathbf{v}_{\mathbf{rel}}=\omega_2\times\mathbf{r_2}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & -\omega_2\\ -\frac{0{,}152}{2} & -\frac{0{,}203}{2} & 0\end{vmatrix}=0{,}076\omega_2\mathbf{i}-0{,}1015\omega_2\mathbf{j}$$

Y el módulo de la velocidad al cuadrado será:

$$v_{CM2}^2=(0{,}076\omega_2)^2+(0{,}1015\omega_2)^2=0{,}01608\omega_2^2$$

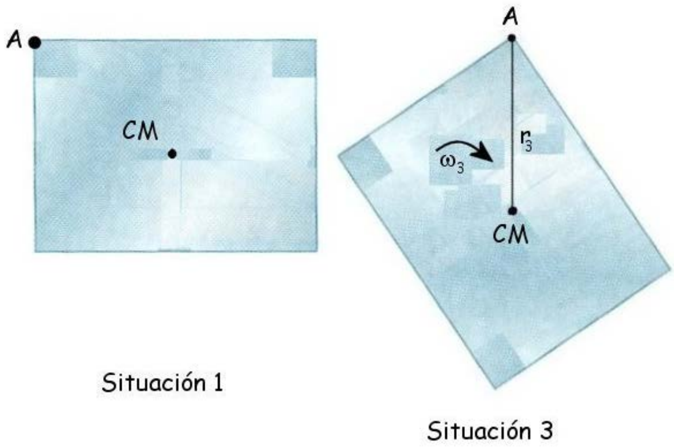
Y sustituimos en la ecuación de la energía:

$$mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}mv_{CM2}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_2^2 \Rightarrow mg\left(\frac{0{,}203}{2} - \frac{0{,}152}{2}\right) = \frac{1}{2}m0{,}01608\omega_2^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}m\left(a^2 + b^2\right)\omega_2^2$$

$$9{,}8\left(\frac{0{,}203}{2} - \frac{0{,}152}{2}\right) = \frac{1}{2}0{,}01608\omega_2^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}\left(0{,}203^2 + 0{,}152^2\right)\omega_2^2 \Rightarrow \omega_2 = 4{,}83 \text{ rad/s}$$

$\underline{\omega_2 = 4{,}83 \text{ rad/s}}$

c) Puesto que todas las fuerzas son conservativas, se conserva la energía mecánica, de modo que la velocidad, y por tanto la energía cinética será máxima cuando la energía potencial, y por tanto la altura sea mínima. Así, la velocidad angular será máxima cuando el centro de masas pase por la posición más baja, es decir, justo en la vertical de A. Tendremos entonces lo que aparece en la figura. Exactamente igual que en el apartado anterior, aplicamos el teorema de las fuerzas vivas:



$$W_{13} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg} + W_A = \Delta E_C$$
$$W_{mg} = \Delta E_C \Rightarrow -\Delta U = \Delta E_C$$
$$U_1 - U_3 = E_{C3} - E_{C1} \Rightarrow U_1 - U_3 = E_{C3}$$
$$mgh_1 - mgh_3 = \frac{1}{2}mv_{CM3}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_3^2$$
$$mg(h_1 - h_3) = \frac{1}{2}mv_{CM3}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_3^2$$

Y del mismo modo, utilizando las ecuaciones del movimiento relativo, relacionamos la velocidad del centro de masas con la velocidad angular:

$$\mathbf{v}_{\mathbf{CM3}} = \mathbf{v}_{\mathbf{A}} + \omega_3 \times \mathbf{r_3} + \mathbf{v}_{\text{rel}} = \boldsymbol{\omega_3} \text{ x } \mathbf{r_3}$$

Siendo el vector de posición:

$$r_3 = \sqrt{\left(\frac{0{,}203}{2}\right)^2 + \left(\frac{0{,}152}{2}\right)^2} = 0{,}1268 \text{ m}$$

Por tanto, sustituyendo:

$$\mathbf{v_{CM3}} = \omega_3 \times \mathbf{r_3} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -\omega_3 \\ 0 & -0{,}1268 & 0 \end{vmatrix} = -0{,}1268\omega_3\mathbf{i}$$

Y sustituyendo en la expresión de la energía:

$$mg(h_1 - h_3) = \frac{1}{2}mv_{CM3}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega_3^2 \Rightarrow mg(h_1 - h_3) = \frac{1}{2}mv_{CM3}^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}m\left(a^2 + b^2\right)\omega_3^2$$

$$9{,}8\left(0{,}1268 - \frac{0{,}152}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(0{,}1268\omega_3\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}\left(0{,}203^2 + 0{,}152^2\right)\omega_3^2 \Rightarrow \omega_3 = 6{,}82\ \mathrm{rad/s}$$

$\underline{\omega_3 = 6{,}82\ \mathrm{rad/s}}$