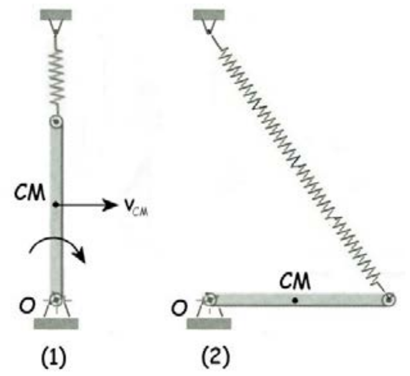


a) Vamos a aplicar el teorema de las fuerzas vivas, entre la posición inicial (1), cuando θ=0º y la velocidad es ω, y la posición final (2), cuando θ=90º y la velocidad es justamente nula. Tendremos en esquema lo que aparece en la figura. Tendremos:

$$W_{12}=\Delta E_C$$

Sobre el sistema actúan tres fuerzas, el peso, la de recuperación elástica, y la reacción del pasador:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_{k\Delta l}+W_O=\Delta E_C$$

El peso y la fuerza de recuperación elástica son conservativas, y la reacción del pasador no realiza trabajo porque no se desplaza (y el trabajo es el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento de su punto de aplicación). Además, tendremos en cuenta que puesto que la barra llega a la posición (2) prácticamente sin velocidad, en esa posición no tiene energía cinética:

$$W_{mg}+W_{k\Delta l}+W_O=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow U_1-U_2=E_{C2}-E_{C1} \Rightarrow U_1-U_2=-E_{C1}$$

$$mgh_1-mgh_2+\frac{1}{2}k\Delta l_1^2-\frac{1}{2}k\Delta l_2^2=-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \Rightarrow mg(h_1-h_2)-\frac{1}{2}k\Delta l_2^2=-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$$

En el gráfico podemos ver que la diferencia de altura entre las dos posiciones es la mitad de la longitud de la barra:

$$h_1-h_2=\frac{L}{2}=\frac{1{,}2}{2}=0{,}6\ \text{m}$$

En cuanto a la elongación del resorte en la situación (2) aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$\Delta l_2=l_2-l_0=\sqrt{1{,}2^2+1{,}8^2}-(1{,}8-1{,}2)=1{,}563\ \text{m}$$

Por último, relacionamos la velocidad lineal del centro de masas con la velocidad angular de la barra. Para ello tendremos en cuenta que el centro de masas realiza un movimiento circular en torno a O, y por tanto, en módulo, la velocidad lineal es la angular por el radio. El radio de curvatura de la trayectoria coincide con la mitad de la longitud de la barra:

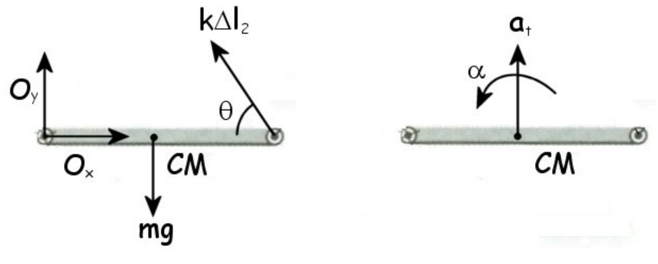
$$v_{CM}=\omega R=\omega\frac{L}{2}=\omega\frac{1{,}2}{2}=0{,}6\omega$$

Sustituyendo todo:

$$mg(h_1-h_2)-\frac{1}{2}k\Delta l_2^2=-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \Rightarrow mg(h_1-h_2)-\frac{1}{2}k\Delta l_2^2=-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}\frac{1}{12}mL^2\omega^2$$

$$6{,}8\cdot 9{,}8\cdot 0{,}6-\frac{1}{2}43{,}8\cdot 1{,}563^2=-\frac{1}{2}6{,}8(0{,}6\omega)^2-\frac{1}{24}6{,}8\cdot 1{,}2^2\omega^2 \Rightarrow \omega\text{=2,89 rad/s}$$

<u>ω=2,88 rad/s</u>



b) Cuando la barra está horizontal el resorte ejerce reacción puesto que está estirado una cantidad Δl_2. En esta situación existe aceleración tangencial pero no aceleración normal, ya que la velocidad es nula y la aceleración normal es ω^2R. Puesto que tenemos aceleración tangencial, también tendremos aceleración angular α, y como en ese momento la barra se detiene y tiene que empezar a ascender, la aceleración tangencial tiene que ser vertical y hacia arriba, y la aceleración angular tiene que tener sentido antihorario. La relación entre ellas es:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega R) = R\frac{d\omega}{dt} = \frac{L}{2}\alpha = \frac{1,2}{2}\alpha = 0,6\alpha$$

Nos queda el sistema de la figura. El ángulo θ vale:

$$tg\theta = \frac{1,8}{1,2} = 1,5 \Rightarrow \theta = 56,31^o$$

Aplicamos ahora la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_n = m(a_{CM})_n \Rightarrow k\Delta l_2\cos\theta - O_x = 0 \Rightarrow O_x = k\Delta l_2\cos\theta = 43,8 \cdot 1,563\cos 56,31^o = 37,97\ N$$

$\underline{O_x = 37,97\ N}$

$$\Sigma F_t = m(a_{CM})_t \Rightarrow O_y + k\Delta l_2 sen\theta - mg = ma_t \Rightarrow O_y + 43,8 \cdot 1,563 sen 56,31^o - 6,8 \cdot 9,8 = 6,8 \cdot 0,6\alpha$$

$$\Sigma M_{CM} = I_{CM}\alpha \Rightarrow -O_y\frac{L}{2} + k\Delta l_2 sen\theta\frac{L}{2} = \frac{1}{12}mL^2\alpha \Rightarrow -O_y + 43,8 \cdot 1,563 sen 56,31^o = \frac{1}{6}6,8 \cdot 1,2\alpha$$

Y tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$O_y + 43,8 \cdot 1,563 sen 56,31^o - 6,8 \cdot 9,8 = 6,8 \cdot 0,6\alpha \Rightarrow O_y - 9,678 = 4,08\alpha$$
$$-O_y + 43,8 \cdot 1,563 sen 56,31^o = \frac{1}{6}6,8 \cdot 1,2\alpha \Rightarrow -O_y + 56,961 = 1,36\alpha$$

Sumando miembro a miembro las dos expresiones:

$$47,283 = 5,44\alpha \Rightarrow \alpha = 8,692\ rad/s^2$$

Y de la primera ecuación:

$$O_y - 9,678 = 4,08\alpha \Rightarrow O_y = 9,678 + 4,08\alpha = 9,678 + 4,08 \cdot 8,692 = 45,14\ N$$

$\underline{O_y = 45,14\ N}$