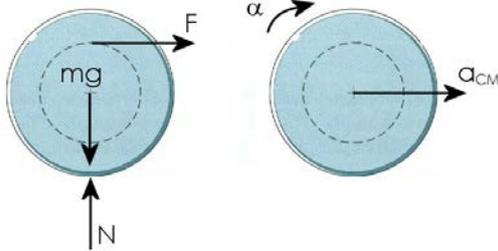


a) Si la superficie horizontal es lisa no hay rozamiento, de modo que las únicas fuerzas que actúan son la fuerza externa F, la normal y el peso. Determinamos el momento de inercia respecto del centro de masas, que será:

$$I_{CM} = mk^2 = 125 \cdot 0,125^2 = 1,953125 \text{ kgm}^2$$



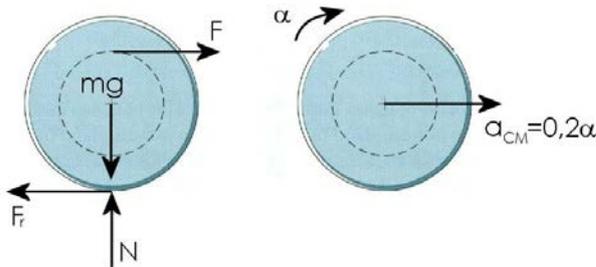
El diagrama de sólido libre será el que aparece en la figura, de modo que tendremos, a partir de la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_x = m(a_{CM})_x \Rightarrow F = ma_{CM} \Rightarrow 500 = 125a_{CM}$$

$$a_{CM} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\Sigma M_{CM} = I_{CM}\alpha \Rightarrow -Fr = -I_{CM}\alpha \Rightarrow 500 \cdot 0,12 = 1,953125\alpha$$

$$\alpha = 30,72 \text{ rad/s}^2$$



b) Ahora el diagrama es igual, pero hay que añadir la fuerza de rozamiento. Suponemos que el sistema rueda sin deslizar, de modo que la aceleración del centro geométrico del cuerpo es $a_0 = a_{CM} = \alpha R = 0,2\alpha$ y la fuerza de rozamiento debe ser menor que la máxima ($F_r \leq \mu N$).

Así, el diagrama será el de la figura, y

aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_x = m(a_{CM})_x \Rightarrow F - F_r = m0,2\alpha \Rightarrow 500 - F_r = 125 \cdot 0,2\alpha \Rightarrow 500 - F_r = 25\alpha$$

$$\Sigma F_y = m(a_{CM})_y \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg = 125 \cdot 9,8 = 1225 \text{ N}$$

$$\Sigma M_{CM} = I_{CM}\alpha \Rightarrow -F_r R - Fr = -I_{CM}\alpha \Rightarrow 0,2F_r + 500 \cdot 0,12 = 1,953125\alpha \Rightarrow 0,2F_r + 60 = 1,953125\alpha$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$500 - F_r = 25\alpha$$

$$0,2F_r + 60 = 1,953125\alpha$$

De la primera:

$$500 - F_r = 25\alpha \Rightarrow \alpha = 20 - 0,04F_r$$

Y sustituimos en la segunda:

$$0,2F_r + 60 = 1,953125\alpha \Rightarrow 0,2F_r + 60 = 1,953125(20 - 0,04F_r) \Rightarrow 0,2F_r + 60 = 39,0625 - 0,078125F_r$$

$$0,2F_r + 0,078125F_r = 39,0625 - 60 \Rightarrow F_r = -75,281 \text{ N}$$

El signo negativo indica que el sentido de la fuerza de rozamiento es contrario al que hemos colocado, lo cual sólo puede ser cierto si el sistema rueda sin deslizar. Comprobamos antes de seguir que efectivamente estamos en esta situación:

$$F_r \leq \mu N \Rightarrow 75,281 \leq 0,5 \cdot 1225 \Rightarrow 75,281 \leq 612,5$$

Vemos que es correcto, el disco rueda sin deslizar, como queríamos demostrar.

c) La aceleración angular será:

$$\alpha = 20 - 0,04F_t = 20 + 0,04 \cdot 75,281 = 23,011 \text{ rad/s}^2$$

$$\underline{\alpha = 23,011 \text{ rad/s}^2}$$

Y la aceleración del centro de masas:

$$a_{CM} = 0,2\alpha = 0,2 \cdot 23,011 = 4,602 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_{CM} = 4,602 \text{ m/s}^2}$$

d) Y la fuerza de rozamiento:

$$\underline{F_t = 75,29 \text{ N}}$$