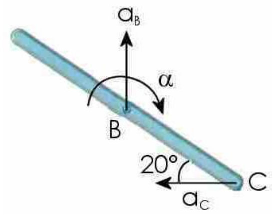


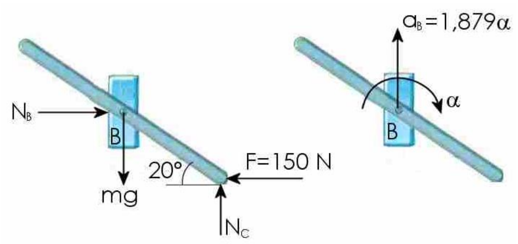
a) Puesto que vamos a aplicar la segunda ley de Newton, vamos a determinar la aceleración del centro de masas de la barra, que está en el punto B, relacionándola con la aceleración angular, para así tener una incógnita menos. Para ello, lo ponemos en función del punto C, sabiendo que B se mueve verticalmente hacia arriba y C se mueve horizontalmente hacia la izquierda.

Tendremos:

$$\mathbf{a_B}=\mathbf{a_C}+\boldsymbol{\alpha}\times\mathbf{r}+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}=\mathbf{a_C}+\boldsymbol{\alpha}\times\mathbf{r} \Rightarrow a_B\mathbf{j}=-a_C\mathbf{i}+\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & -\alpha\\ -2\cos 20^{o} & 2\,\mathrm{sen}\,20^{o} & 0\end{vmatrix}$$

Si nos quedamos con las componentes del eje Y tendremos:

$$a_B=2\alpha\cos 20^{o}=1{,}879\alpha$$



Ahora hacemos un diagrama de sólido libre de la barra con el cursor, que no influye para nada puesto que no tiene masa. Las fuerzas serán el peso y las reacciones en los apoyos B y C, que como son lisos, serán simplemente normales. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_Y=ma_{BY} \Rightarrow N_C-mg=ma_B$$

$$N_C-3\cdot 9{,}8=3\cdot 1{,}879\alpha \Rightarrow N_C-29{,}4=5{,}638\alpha$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow \Sigma M_B=I_B\alpha \Rightarrow N_C\frac{L}{2}\cos 20^{o}-F\frac{L}{2}\mathrm{sen}\,20^{o}=-\frac{1}{12}mL^2\alpha$$

$$N_C\frac{4}{2}\cos 20^{o}-150\frac{4}{2}\mathrm{sen}\,20^{o}=-\frac{1}{12}3\cdot 4^2\alpha \Rightarrow 1{,}879N_C-102{,}606=-4\alpha$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$N_C-29{,}4=5{,}638\alpha$$
$$1{,}879N_C-102{,}606=-4\alpha$$

De la primera expresión:

$$N_C-29{,}4=5{,}638\alpha \Rightarrow N_C=29{,}4+5{,}638\alpha$$

Y sustituyendo en la segunda:

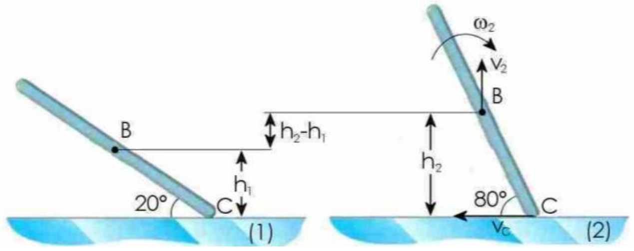
$$1{,}879N_C-102{,}606=-4\alpha \Rightarrow 1{,}879(29{,}4+5{,}638\alpha)-102{,}606=-4\alpha \Rightarrow 55{,}2426+10{,}594\alpha-102{,}606=-4\alpha$$

$$\underline{\alpha=3{,}245\ \mathrm{rad/s^2}}$$

Y por tanto la reacción del suelo:

$$N_C=29{,}4+5{,}638\alpha=29{,}4+5{,}638\cdot 3{,}245=47{,}70\ \mathrm{N}$$

$$\underline{N_C=47{,}698\ \mathrm{N}}$$



b) Puesto que en este tipo de problemas la aceleración no suele ser constante, para determinar la velocidad angular de la barra cuando $\theta=80^o$ aplicamos el teorema de las fuerzas vivas. Llamamos posición 1 cuando $\theta=20^o$ y posición 2 cuando $\theta=80^o$, de modo que tendremos:

$$W_{12}=\Delta E_C$$

Las fuerzas que actúan son el peso, las normales y la fuerza externa de 150 N:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_N+W_F=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U+\mathbf{F}\cdot\mathbf{x_C}=\Delta E_C \Rightarrow U_1-U_2+Fx_C\cos 0^o=E_{C2}-E_{C1}$$

$$mg(h_1-h_2)+Fx_C=\frac{1}{2}mv_2^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega_2^2$$

Tenemos que relacionar, en la posición (2), la velocidad del centro de masas v_2 con la velocidad angular ω_2. Para ello tendremos en cuenta que el centro de masas se desplaza verticalmente hacia arriba y el punto C lo hace horizontalmente hacia la derecha. Así, nos queda:

$$\mathbf{v_{CM}}=\mathbf{v_c}+\boldsymbol{\omega_2}\times\mathbf{r} \Rightarrow v_2\mathbf{j}=-v_C\mathbf{i}+\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & -\omega_2\\ -2\cos 80^o & 2\mathrm{sen}80^o & 0\end{vmatrix}$$

Del eje Y tenemos:

$$v_2=2\omega_2\cos 80^o=0{,}3473\omega_2$$

Así, sustituyendo todo en la expresión de la energía:

$$mg(h_1-h_2)+Fx_C=\frac{1}{2}mv_2^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega_2^2$$

$$mg\frac{L}{2}(\mathrm{sen}20^o-\mathrm{sen}80^o)+F\frac{L}{2}(\cos 20^o-\cos 80^o)=\frac{1}{2}m(0{,}3473\omega_2)^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}mL^2\omega_2^2$$

$$3\cdot 9{,}8\cdot 2(\mathrm{sen}20^o-\mathrm{sen}80^o)+150\cdot 2(\cos 20^o-\cos 80^o)=\frac{1}{2}3(0{,}3473\omega_2)^2+\frac{1}{24}3\cdot 4^2\omega_2^2$$

$$192{,}017=2{,}1809\omega_2^2 \Rightarrow \omega_2=9{,}38\,\mathrm{rad/s}$$

<u>ω_2=9,38 rad/s</u>

Con esta velocidad determinamos la del centro de masas:

$$v_2=0{,}3473\omega_2=0{,}3473\cdot 9{,}83=3{,}259\ \mathrm{m/s}$$

Y con la velocidad del centro de masas determinamos la del punto A:

$$\mathbf{v_A}=\mathbf{v_2}+\boldsymbol{\omega_2}\times\mathbf{r}=3{,}259\mathbf{j}+\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & -9{,}38\\ -2\cos 80^o & 2\mathrm{sen}80^o & 0\end{vmatrix}=18{,}47\mathbf{i}+6{,}52\mathbf{j}\ \mathrm{m/s}$$

<u>$\mathbf{v_A}=18{,}47\mathbf{i}+6{,}52\mathbf{j}$ m/s</u>