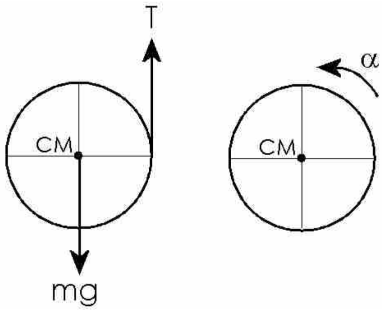


a) Nos dicen que el centro de masas del disco permanece en reposo, de modo que su aceleración es nula y el disco tiene una rotación pura en torno a su centro. Hacemos el diagrama de sólido libre del disco y tenemos lo que aparece en la figura. Aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_y = ma_{CMy} \Rightarrow T-mg=0 \Rightarrow T=mg=2\cdot 9{,}8=19{,}6\text{ N}$$

$$\underline{T=19{,}6\text{ N}}$$

b) Ahora aplicamos la ecuación de la rotación:

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow Tr=\frac{1}{2}mr^2\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{2T}{mr}=\frac{2\cdot 19{,}6}{2\cdot 0{,}3}=65{,}33\text{ rad/s}^2$$

$$\underline{\alpha=65{,}33\text{ rad/s}^2}$$

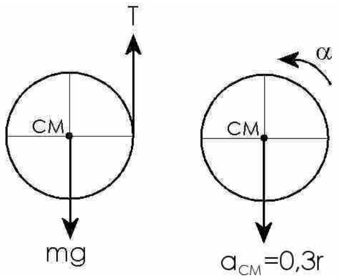
c) Para que el centro de masas no se desplace hacia abajo la aceleración de la mano debe ser hacia arriba, y debe ser la misma que tendría el centro de masas si la mano no se moviera. Si el cilindro simplemente se soltase, su centro de masas se desplazaría hacia abajo con una aceleración que sería:

$$a_{CM}=\alpha r$$

Por tanto, la mano deberá tener esa misma aceleración pero hacia arriba, de modo que así la aceleración del centro de masas del disco sea nula:

$$a_{mano}=\alpha r=65{,}33\cdot 0{,}3=19{,}6\text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_{mano}=19{,}6\text{ m/s}^2}$$



d) Ahora simplemente el disco se deja caer desenrollándose de la cuerda. Entonces, el centro de masas sí tiene aceleración, vertical y hacia abajo. Nos queda el diagrama como aparece en la figura, y aplicamos de nuevo la segunda ley de Newton, teniendo en cuenta que puesto que el cilindro rueda sin deslizar por la cuerda $a_{CM}=\alpha r=0{,}3\alpha$. Tendremos:

$$\Sigma F_y=ma_{CMy} \Rightarrow mg-T=m0{,}3\alpha \Rightarrow 2\cdot 9{,}8-T=2\cdot 0{,}3\alpha \Rightarrow 19{,}6-T=0{,}6\alpha$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow Tr=\frac{1}{2}mr^2\alpha \Rightarrow T=\frac{1}{2}2\cdot 0{,}3\alpha \Rightarrow T=0{,}3\alpha$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$19{,}6-T=0{,}6\alpha$$
$$T=0{,}3\alpha$$

Sustituimos la segunda en la primera:

$$19{,}6-T=0{,}6\alpha \Rightarrow 19{,}6-0{,}3\alpha=0{,}6\alpha \Rightarrow \alpha=21{,}78\text{ rad/s}^2$$

$$a_{CM}=0{,}3\alpha=0{,}3\cdot 21{,}78=6{,}53\text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_{CM}=6{,}53\text{ m/s}^2}$$

e) La aceleración angular ya la tenemos:

$$\underline{\alpha=21{,}78 \text{ rad/s}^2}$$

f) Y la tensión:

$$T=0{,}3\alpha=0{,}3 \cdot 21{,}78=6{,}53 \text{ N}$$

$$\underline{T=6{,}53 \text{ N}}$$

g) Cuando el sistema da una vuelta completa el centro de masas ha recorrido una distancia $y=2\pi r=2\pi \cdot 0{,}3=1{,}885$ m con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Teniendo en cuenta que además parte del reposo tendremos:

$$y=y_0+v_0t+\frac{1}{2}a_{CM}t^2 \Rightarrow 0=1{,}885-\frac{1}{2}6{,}53t^2 \Rightarrow t=0{,}760 \text{ s}$$

$$v_{VM}=v_0+a_{CM}t=-6{,}53 \cdot 0{,}760=-4{,}96 \text{ m/s}$$

El signo nos indica el sentido, hacia abajo.

$$\underline{v_{CM}=4{,}96 \text{ m/s}}$$

También podemos hacerlo por energías. Tenemos dos fuerzas, la tensión y el peso. La tensión no realiza trabajo, ya que está aplicada en el centro instantáneo de rotación, de modo que sólo el peso realiza trabajo:

$$W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow U_{inicial}-U_{final}=E_{Cfinal}-E_{Cinicial} \Rightarrow mg(h_{inicial}-h_{final})=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$$

Y tenemos en cuenta que puesto que el cilindro rueda sin deslizar:

$$v_{CM}=\omega r \Rightarrow \omega=\frac{v_{CM}}{r}$$

$$mg(h_{inicial}-h_{final})=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 \Rightarrow mg2\pi r=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}\frac{1}{2}mr^2\left(\frac{v_{CM}}{r}\right)^2$$

$$9{,}8 \cdot 2\pi 0{,}3=\frac{1}{2}v_{CM}^2+\frac{1}{4}v_{CM}^2 \Rightarrow v_{CM}=4{,}96 \text{ m/s}$$

Vemos que el resultado es el mismo.