a) Calculamos el momento de inercia de la barra y su masa, que son:

$$I_{CM}=\frac{1}{12}mL^2=\frac{1}{12}\cdot\frac{100}{9{,}8}0{,}6^2=0{,}306\ kgm^2$$

$$m=\frac{P}{g}=\frac{100}{9{,}8}=10{,}204\ kg$$

Tenemos que hacer el diagrama de sólido libre y el diagrama de aceleraciones. En cuanto a las fuerzas, tendremos el peso, vertical y hacia abajo, la reacción del resorte, que es de tensión, puesto que está estirado ($\Delta x=0{,}35-0{,}15=0{,}20$ m), y las reacciones del pasador, que en principio supondremos positivas. Respecto a las aceleraciones, la angular tendrá sentido horario y el centro de masas realiza un movimiento circular en torno a B, con un radio de 10 cm=0,1 m, de modo que tendremos dos componentes, normal y tangencial. La normal será:

$$a_n=\frac{v^2}{r}=\frac{(\omega r)^2}{r}=\omega^2 r=3^2\cdot 0{,}1=0{,}9\ m/s^2$$

Y la tangencial:

$$a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}(\omega r)=r\frac{d\omega}{dt}=r\alpha=0{,}1\alpha$$

La aceleración del centro de masas la podemos calcular también vectorialmente, teniendo en cuenta que el punto B es un punto fijo, de modo que:

$$\mathbf{a_{CM}}=\mathbf{a_B}+\boldsymbol{\alpha}\ x\ \mathbf{r'}+\boldsymbol{\omega}\ x\ (\boldsymbol{\omega}\ x\ \mathbf{r'})$$

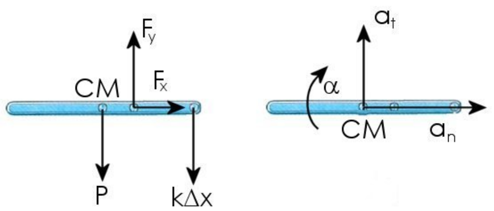
Hacemos primero el paréntesis y tenemos:

$$\boldsymbol{\omega}\ x\ \mathbf{r'}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & -3\\ -0{,}1 & 0 & 0\end{vmatrix}=0{,}3\mathbf{j}$$

Y la aceleración del centro de masas entonces:

$$\mathbf{a_{CM}}=\boldsymbol{\alpha}\ x\ \mathbf{r'}+\boldsymbol{\omega}\ x\ (\boldsymbol{\omega}\ x\ \mathbf{r'})=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & -\alpha\\ -0{,}1 & 0 & 0\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ 0 & 0 & -3\\ 0 & 0{,}3 & 0\end{vmatrix}=0{,}9\mathbf{i}+0{,}1\alpha\mathbf{j}$$

Vemos que obtenemos el mismo resultado.



Tenemos entonces lo que aparece en la figura. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_x=m(a_{CM})_x \Rightarrow F_x=ma_n=10{,}204\cdot 0{,}9=9{,}184\ N$$

$$\underline{F_x=9{,}184\ N}$$

$$\Sigma F_y=m(a_{CM})_y \Rightarrow F_y-P-k\Delta x=ma_t$$

$$F_y-100-800\cdot 0{,}20=10{,}204\cdot 0{,}1\alpha$$

$$F_y-260=1{,}0204\alpha$$

$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow 0{,}10F_y-0{,}3k\Delta x=-0{,}306\alpha \Rightarrow 0{,}10F_y-0{,}3\cdot 800\cdot 0{,}20=-0{,}306\alpha \Rightarrow 0{,}10F_y-48=-0{,}306\alpha$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas.

$$F_y-260=1{,}0204\alpha$$

$$0{,}10F_y-48=-0{,}306\alpha$$

De la primera ecuación:

$$F_y-260=1{,}0204\alpha \Rightarrow F_y=260+1{,}0204\alpha$$

Y sustituyendo en la segunda:

$$0{,}10F_y-48=-0{,}306\alpha \Rightarrow 0{,}10(260+1{,}0204\alpha)-48=-0{,}306\alpha \Rightarrow 26+0{,}10204\alpha-48=-0{,}306\alpha$$

$$0{,}40804\alpha=22 \Rightarrow \alpha=53{,}916 \text{ rad/s}^2$$

$$\underline{\alpha=53{,}916 \text{ rad/s}^2}$$

Y la otra reacción:

$$F_y=260+1{,}0204\alpha=260+1{,}0204 \cdot 53{,}916 =315{,}016 \text{ N}$$

$$\underline{F_y=315{,}016 \text{ N}}$$

Puesto que el punto B es un punto fijo, podríamos haber tomado momentos respecto de él, y así la única incógnita en la ecuación de momentos sería la aceleración angular. En este caso, el momento de inercia tendría que ser respecto de B, de modo que habría que aplicar Steiner. Tendríamos entonces:

$$I_B=I_{CM}+md^2=0{,}306+10{,}204 \cdot 0{,}1^2=0{,}408 \text{ kgm}^2$$

Y la ecuación de momentos sería:

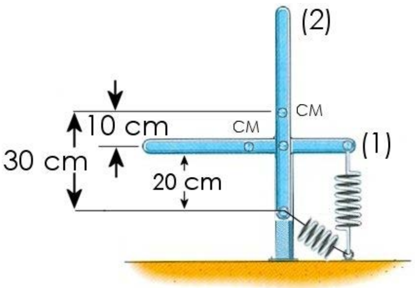
$$\Sigma M_B=I_B\alpha \Rightarrow 0{,}10P-0{,}2k\Delta x=-0{,}408\alpha \Rightarrow 0{,}10 \cdot 100-0{,}2 \cdot 800 \cdot 0{,}20=-0{,}408\alpha \Rightarrow \alpha=53{,}921 \text{ rad/s}^2$$

Vemos que a falta de decimales sale exactamente lo mismo. A continuación, las ecuaciones de fuerzas serían las mismas y tendríamos:

$$\Sigma F_x=m(a_{CM})_x \Rightarrow F_x=ma_n=10{,}204\cdot 0{,}9=9{,}184 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y=m(a_{CM})_y \Rightarrow F_y-P-k\Delta x=ma_t \Rightarrow F_y-100-800 \cdot 0{,}20=10{,}204 \cdot 0{,}1\cdot 53{,}921 \Rightarrow F_y=315{,}021 \text{ N}$$

Obtenemos los mismos resultados y es más sencillo.



b) Ahora partimos de la posición 1 (barra horizontal), donde la velocidad angular es $\omega_1=3$ rad/s y la velocidad del centro de masas $v_1=\omega_1 r=3 \cdot 0{,}1=0{,}3$ m/s, y llegamos a la situación 2 (barra vertical) donde la velocidad angular es ω_2 y la velocidad del centro de masas $v_2=\omega_2 r=0{,}1\omega_2$. Los alargamientos de los resortes en las dos posiciones son:

$$\Delta x_1=l_1-l_0=0{,}35-0{,}15=0{,}20 \text{ m}$$

$$\Delta x_2=l_2-l_0=\sqrt{0{,}2^2+0{,}15^2}-0{,}15=0{,}10 \text{ m}$$

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_{k\Delta x}+W_F=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U_{mg}-\Delta U_{k\Delta x}=\Delta E_C$$

$$mg(h_1-h_2)+\frac{1}{2}k\left(\Delta x_1^2-\Delta x_2^2\right)=\frac{1}{2}mv_2^2+\frac{1}{2}I_{CM}\omega_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}I_{CM}\omega_1^2$$

$$-100\cdot 0{,}10+\frac{1}{2}800\left(0{,}20^2-0{,}10^2\right)=\frac{1}{2}10{,}204(0{,}1\omega_2)^2+\frac{1}{2}0{,}306\omega_2^2-\frac{1}{2}10{,}204\cdot 0{,}3^2-\frac{1}{2}0{,}306\cdot 3^2$$

$$3{,}83618=0.204\omega_2^2 \Rightarrow \omega_2=4{,}336 \text{ rad/s}$$

$$\underline{\omega_2=4{,}336 \text{ rad/s}}$$