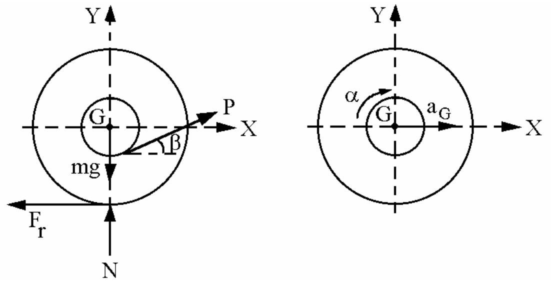

Aislamos el rodillo y dibujamos el diagrama del sólido libre.
Aplicamos las ecuaciones de la dinámica del sólido rígido:

$$\Sigma\mathbf{F}=m\mathbf{a_G}$$
$$\Sigma\mathbf{M_G}=I_G\boldsymbol{\alpha}$$

y además como el rodillo rueda sin deslizar:

$$a_G=\alpha r$$

Respecto a los ejes coordenados mostrados:

$$\Sigma F_Y=m(a_G)_Y \Rightarrow N\text{-}mg+P\text{sen}\beta=0 \Rightarrow N=mg-P\text{sen}\beta$$
$$\Sigma F_X=m(a_G)_X \Rightarrow P\cos\beta\text{-}F_r=ma_G \Rightarrow P\cos\beta\text{-}F_r=m\alpha r$$
$$\Sigma M_G=I_G\alpha \Rightarrow F_r r\text{-}Pa=mk^2\alpha$$

De la ecuación de momentos:

$$\alpha=\frac{F_r r-Pa}{mk^2}$$

Sustituyendo en la ecuación del eje X:

$$P\cos\beta-F_r=m\frac{F_r r-Pa}{mk^2}r \Rightarrow P\cos\beta k^2-F_r k^2=F_r r^2-Par \Rightarrow F_r=\frac{P(k^2\cos\beta+ar)}{r^2+k^2}$$

Para que el rodillo ruede sin deslizar:

$$F_r\le(F_r)_{máx}$$

El valor de la fuerza de rozamiento máxima es:

$$(F_r)_{máx}=\mu N=\mu(mg-P\text{sen}\beta)$$

Por tanto para que el disco ruede sin deslizar:

$$F_r\le(F_r)_{máx} \Rightarrow \frac{P(k^2\cos\beta+ar)}{r^2+k^2}\le\mu(mg-P\text{sen}\beta) \Rightarrow \mu\ge\frac{P(k^2\cos\beta+ar)}{(r^2+k^2)(mg-P\text{sen}\beta)}$$

Por tanto el mínimo valor de f para que ruede y no deslice es:

$$\underline{\mu_{mín}=\frac{P(k^2\cos\beta+ar)}{(r^2+k^2)(mg-P\text{sen}\beta)}}$$