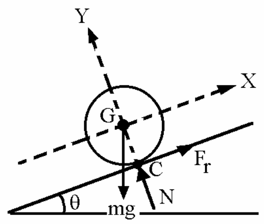
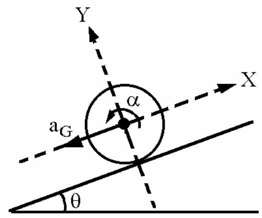




A) Aislamos la rueda y dibujamos el diagrama del sólido libre. El centro de masa de la rueda, que coincide con su centro geométrico, tiene un movimiento de traslación rectilíneo en la dirección paralela a la del plano inclinado. Aplicando las ecuaciones de la dinámica tendremos:

$$\Sigma F_Y = m(a_G)_Y \Rightarrow N - mg\cos\theta = 0$$

$$N = mg\cos\theta$$

$$\Sigma F_X = m(a_G)_X \Rightarrow mg\,\mathrm{sen}\theta - F_r = ma_G$$

$$\Sigma \mathbf{M_G} = I_G\boldsymbol{\alpha} \Rightarrow F_r r = 0$$

ya que al estar concentrada la masa a lo largo del eje, que consideramos delgado, el momento de inercia con respecto a su eje longitudinal es nulo. Por lo tanto de la ecuación de momentos obtenemos que:

$$F_r = 0$$

ya que $r \neq 0$.

Como no existe deslizamiento:

$$a_G = \alpha r$$

Sustituyendo en la ecuación del eje X:

$$mg\,\mathrm{sen}\theta - F_r = ma_G \Rightarrow mg\,\mathrm{sen}\theta - F_r = m\alpha r \Rightarrow mg\,\mathrm{sen}\theta = m\alpha r$$

De donde:

$$\underline{\alpha = \frac{g\,\mathrm{sen}\theta}{r}}$$

El mínimo coeficiente de rozamiento en este caso para evitar el deslizamiento será aquel para el cual:

$$F_r \leq (F_r)_{máx} \Rightarrow 0 \leq (F_r)_{máx}$$

La fuerza de rozamiento máxima es:

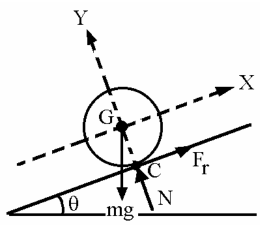
$$(F_r)_{máx} = \mu N = \mu mg\cos\theta$$

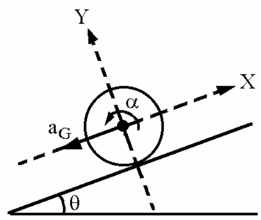
Por tanto:

$$0 \leq \mu mg\cos\theta \Rightarrow 0 \leq \mu$$

El mínimo coeficiente de rozamiento valdrá entonces:

$$\underline{\mu_{mín} = 0}$$





B) Hacemos el diagrama de la rueda en el caso B. Igual que antes la aceleración del centro de masa (que coincide con el centro geométrico) es paralela al plano inclinado ya que dicho punto realiza un movimiento rectilíneo. Aplicando las ecuaciones de la dinámica:

$$\Sigma F_Y = m(a_G)_Y \Rightarrow N - mg\cos\theta = 0$$

$$N = mg\cos\theta$$

$$\Sigma F_X = m(a_G)_X \Rightarrow -mg\text{sen}\theta + F_r = -ma_G$$

$$\Sigma \mathbf{M_G} = I_G\boldsymbol{\alpha} \Rightarrow F_r r = mr^2\alpha \Rightarrow F_r = mr\alpha$$

Como la llanta rueda sin deslizar:

$$a_G = \alpha r$$

Sustituyendo en la ecuación del eje X queda:

$$-mg\text{sen}\theta + mr\alpha = -m\alpha r \Rightarrow g\text{sen}\theta = 2r\alpha$$

De donde:

$$\underline{\alpha = \frac{g\text{sen}\theta}{2r}}$$

Para evitar el deslizamiento debe cumplirse que:

$$(F_r) \le (F_r)_{máx}$$

La fuerza de rozamiento vale:

$$F_r = mr\alpha = mr\frac{g\text{sen}\theta}{2r} = \frac{mg\text{sen}\theta}{2}$$

Y la fuerza de rozamiento máxima:

$$(F_r)_{máx} = \mu N = \mu mg\cos\theta$$

Luego tendremos:

$$F_r \le (F_r)_{máx} \Rightarrow \frac{mg\text{sen}\theta}{2} \le \mu mg\cos\theta \Rightarrow \frac{tg\theta}{2} \le \mu$$

Por tanto el coeficiente mínimo será:

$$\underline{\mu_{mín} = \frac{tg\theta}{2}}$$