

Independientemente de que el centro de gravedad del sistema aro-barra no coincide en este caso con el centro del aro O, el punto de contacto con el suelo sigue siendo el centro instantáneo de rotación C y se verifica que:

$$\mathbf{a}_O = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{CO}$$

Al ser despreciable la masa del aro el centro de gravedad del sistema estará en el centro de la barra y el peso es igual a mg siendo m la masa de la barra. Para aplicar las ecuaciones de la dinámica necesitamos en primer lugar calcular la aceleración del centro de masas. De la cinemática:

$$\mathbf{a}_G = \mathbf{a}_O + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{OG} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{OG})$$

En el instante inicial, como se suelta partiendo del reposo:

$$\boldsymbol{\omega} = 0$$

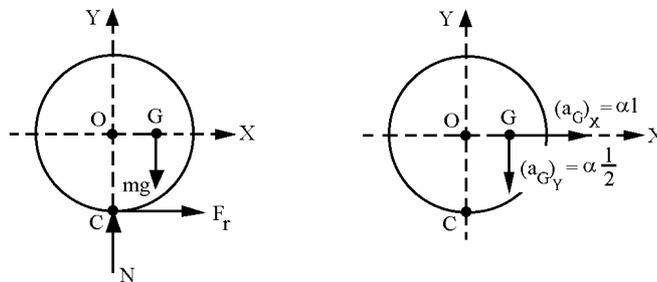
y los vectores valen:

$$\boldsymbol{\alpha} = -\alpha \mathbf{k}; \mathbf{CO} = l \mathbf{j}; \mathbf{OG} = \frac{l}{2} \mathbf{i}$$

por lo que:

$$\mathbf{a}_G = \mathbf{a}_O + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{OG} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{CO} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{OG} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -\alpha \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{vmatrix} = \alpha l \mathbf{i} - \alpha \frac{l}{2} \mathbf{j}$$

Si ahora dibujamos el diagrama de sólido libre y aplicamos las ecuaciones de la dinámica:



$$\begin{aligned} \Sigma \mathbf{F} &= m \mathbf{a}_G \\ \Sigma \mathbf{M}_G &= I_G \boldsymbol{\alpha} \end{aligned}$$

Respecto al sistema de coordenadas reseñado:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= m(a_G)_x \Rightarrow F_r = m\alpha l \\ \Sigma F_y &= m(a_G)_y \Rightarrow -mg + N = -m\alpha \frac{l}{2} \\ \Sigma M_G &= I_G \alpha \Rightarrow -N \frac{l}{2} + F_r l = -\frac{1}{12} ml^2 \alpha \end{aligned}$$

De la primera ecuación:

$$\alpha = \frac{F_r}{ml}$$

Y sustituyendo en las otras dos:

$$\begin{aligned} -mg + N &= -m \frac{F_r}{ml} \cdot \frac{l}{2} \Rightarrow -mg + N = -\frac{F_r}{2} \\ -N \frac{l}{2} + F_r l &= -\frac{1}{12} ml^2 \cdot \frac{F_r}{ml} \Rightarrow -\frac{N}{2} + F_r = -\frac{1}{12} F_r \end{aligned}$$

Ahora despejando de la primera y sustituyendo en la segunda:

$$N = mg - \frac{F_r}{2} \Rightarrow -\frac{mg - \frac{F_r}{2}}{2} + F_r = -\frac{1}{12} F_r$$

Resolviendo la ecuación:

$$\underline{F_r = \frac{3}{8} mg}$$