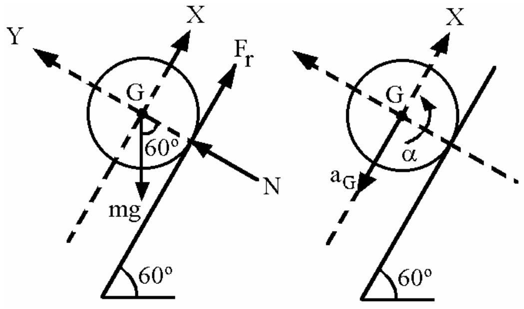
Aislamos el cilindro y dibujamos el diagrama del sólido libre. Vamos a suponer en principio que el cilindro solamente rueda; esto ocurrirá si la fuerza de rozamiento máxima existente entre el cilindro y el suelo es suficientemente grande como para evitar el deslizamiento, en cuyo caso:

$$F_r<(F_r)_{máx}$$

Planteamos las ecuaciones de la dinámica del sólido rígido:



$$\Sigma F_X=m(a_G)_X \Rightarrow -mgsen60^o+F_r=-ma_G$$
$$\Sigma F_Y=m(\mathbf{a_G})_Y \Rightarrow N-mgcos60^o=0 \Rightarrow$$

$$N=mgcos60^o$$
$$\Sigma M_G=I_G\alpha \Rightarrow F_r r=\frac{1}{2}mr^2\alpha \Rightarrow F_r=\frac{1}{2}mr\alpha$$

Además si rueda sin deslizar:

$$a_G=\alpha r$$

Llevando los valores de F_r y a_G a la ecuación del eje X tendremos:

$$-mgsen60^o+F_r=-ma_G \Rightarrow -mgsen60^o+\frac{1}{2}mr\alpha=-m\alpha r$$

$$\alpha=\frac{0.577g}{r}$$

Y la fuerza de rozamiento:

$$F_r=\frac{1}{2}mr\alpha=\frac{1}{2}mr\frac{0.577g}{r}=0.288mg$$

La fuerza de rozamiento máxima será:

$$(F_r)_{máx}=\mu N=\mu mgcos60^o=0.30mgcos60^o=0.15mg$$

Como:

$$0.288mg>0.15mg \Rightarrow F_r>(F_r)_{máx}$$

la suposición de que el cilindro rueda sin deslizar es incorrecta. No solamente rueda, sino que también desliza. En este caso:

$$F_r=(F_r)_{máx};\ a_G\neq\alpha r$$

Las ecuaciones ahora serán (el diagrama del sólido libre no se modifica):

$$\Sigma F_X=m(a_G)_X \Rightarrow -mgsen60^o+(F_r)_{máx}=-ma_G$$
$$\Sigma F_Y=m(a_G)_Y \Rightarrow N-mgcos60^o=0 \Rightarrow N=mgcos60^o$$
$$\Sigma M_G=I_G\alpha \Rightarrow (F_r)_{máx}r=\frac{1}{2}mr^2\alpha \Rightarrow (F_r)_{máx}=\frac{1}{2}mr\alpha$$

$$(F_r)_{máx}=\mu N=\mu mgcos60^o$$

Igualando la fuerza de rozamiento obtenida de la ecuación de momentos y el valor de la fuerza de rozamiento máxima obtenemos:

$$\mu mg\cos 60º = \frac{1}{2} mr\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2\mu g\cos 60º}{r} = \frac{2\cdot 0.30\cdot 9.8\cos 60º}{0.15} = 19.6\ rad/s^2$$

A partir de la ecuación del eje X:

$$-mgsen60º+(F_r)_{máx} = -ma_G \Rightarrow -mgsen60º+\frac{1}{2}mr\alpha = -ma_G \Rightarrow -gsen60º+\frac{1}{2}r\alpha = -a_G$$

$$-9.8sen60º+\frac{1}{2}0.15\cdot 19.5 = -a_G \Rightarrow a_G = 7.02\ m/s^2$$

Las dos aceleraciones, la lineal y la angular son constantes. Podemos, por tanto aplicar las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado. En cuanto al movimiento de traslación, teniendo en cuenta que se parte del reposo:

$$v_{Gf} = v_{Gi} + a_G t \Rightarrow t = \frac{v_{Gf}}{a_G}$$

El espacio:

$$s = s_0 + v_{Gi}t + \frac{1}{2}a_G t^2 = \frac{1}{2}a_G t^2 = \frac{1}{2}a_G\left(\frac{v_{Gf}}{a_G}\right)^2 = \frac{v_{Gf}^2}{2a_G} \Rightarrow v_{Gf} = \sqrt{2a_G s} = \sqrt{2\cdot 7.02\cdot 3} = 6.49\ m/s$$

$\underline{v_{Gf}=6.49\ m/s}$

El tiempo entonces:

$$t = \frac{v_{Gf}}{a_G} = \frac{6.49}{7.02} = 0.925\ s$$

En cuanto a la rotación, teniendo en cuenta que se parte del reposo ($\omega_i=0$):

$$\omega_f=\omega_i+\alpha t=\alpha t=19.6\cdot 0.925=18.12\ rad/s$$

$\underline{\omega_f=18.12\ rad/s}$