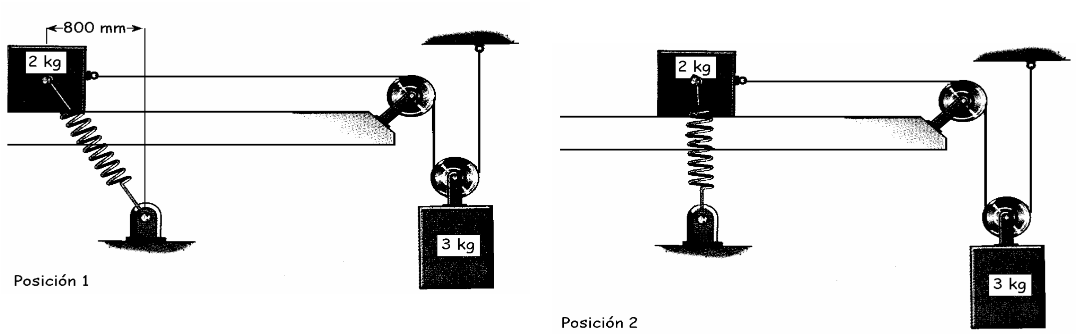
Llamaremos bloque A al bloque de 2 kg y bloque B al de 3 kg. Teniendo en cuenta que el trabajo realizado por la tensión de la cuerda unida al bloque de 2 kg ($T \cdot d$) es igual y de signo opuesto al realizado por la cuerda unida al bloque de 3 kg $\left(2T \cdot \frac{d}{2}\right)$, podemos aplicar la conservación de la energía al sistema de dos bloques. Tendremos las dos posiciones que se indican en la figura.

En la posición 1 no tendremos energía cinética ya que el sistema parte del reposo. Tendremos que el bloque B tiene energía potencial gravitatoria correspondiente a una altura de 400 mm (0.4 m), ya que la longitud de cuerda de 800 mm que disminuye en el tramo horizontal al desplazarse el bloque A deberá repartirse entre los dos tramos verticales que sustentan al bloque B (consideraremos en este caso la posición más baja del bloque B como nivel nulo de energía potencial gravitatoria). En cuanto a la energía potencial elástica, la longitud del resorte en la posición 1 será:



$$l_1 = \sqrt{0.8^2 + 0.6^2} = 1 \text{ m}$$

Por tanto su elongación:

$$x_1 = l_1 - l_0 = 1 - 0.4 = 0.6 \text{ m}$$

En cuanto a la posición 2 no tenemos energía potencial gravitatoria por convenio. Tendremos energía potencial elástica, ya que el resorte estará alargado una cantidad:

$$x_2 = l_2 - l_0 = 0.6 - 0.4 = 0.2 \text{ m}$$

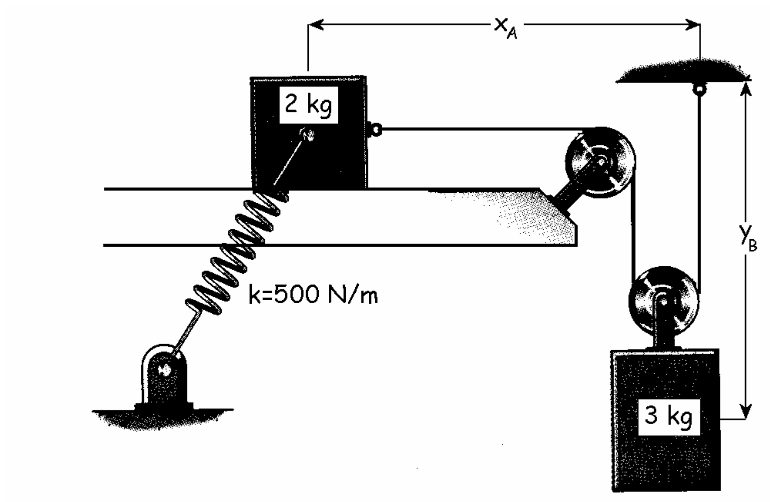
Y tendremos energía cinética correspondiente a los dos bloques. Así pues, aplicando la conservación de la energía:

$$E_{T2} = E_{T2} \Rightarrow E_{Pg1} + E_{Pe1} = E_{Pe2} + E_{C2} \Rightarrow m_B g h_1 + \frac{1}{2} k x_1^2 = \frac{1}{2} k x_2^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2$$

Tenemos una ecuación con dos incógnitas, las velocidades de los dos bloques. Sin embargo, estas velocidades pueden relacionarse. Llamaremos x_A a la posición en cada instante del bloque A respecto de un origen fijo, e y_B a la posición del bloque B respecto de ese mismo origen. Podemos expresar la longitud de la cuerda que une los dos bloques como:

$$L = x_A + 2y_B + C$$

donde el parámetro C agruparía una serie de constantes, como son los perímetros de las poleas o las dimensiones de los bloques. Si derivamos esta expresión respecto del tiempo:



$$\frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{dx_A}{dt} + 2\frac{dy_B}{dt}$$

Y podemos ver que:

$$\frac{dx_A}{dt} = -v_A ; \frac{dy_B}{dt} = v_B$$

Así pues tendremos que:

$$0 = \frac{dx_A}{dt} + 2\frac{dy_B}{dt} \Rightarrow 0 = -v_A + 2v_B \Rightarrow v_A = 2v_B$$

Si sustituimos esto en la expresión correspondiente a la energía:

$$m_B g h_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

$$m_B g h_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}m_A (2v_B)^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2$$

$$m_B g h_1 + \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2) = \left(2m_A + \frac{1}{2}m_B\right)v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{m_B g h_1 + \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)}{2m_A + \frac{1}{2}m_B}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 9.8 \cdot 0.4 + \frac{1}{2}500(0.6^2 - 0.2^2)}{2 \cdot 2 + \frac{1}{2}3}} = 4.08 \text{ m/s}$$

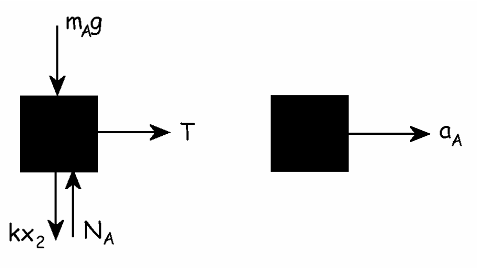
$\underline{v_B = 4.08 \text{ m/s}}$

Y la velocidad del bloque A:

$v_A = 2v_B = 2 \cdot 4.08 = 8.17$ m/s

$\underline{v_A = 8.17 \text{ m/s}}$

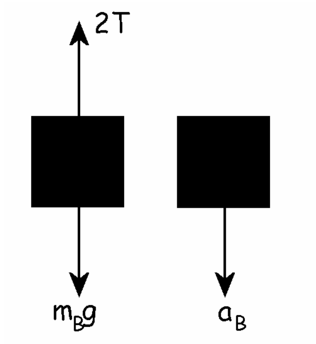
b) Para determinar la tensión en la cuerda tendremos que hacer el diagrama de



sólido libre de cada uno de los bloques. En cuanto al bloque A tendremos lo que aparece en la figura. Aplicando la segunda ley del Newton al eje X:

$$\sum F_X = m_A a_{Ax} \Rightarrow T = m_A a_A$$

$$\sum F_Y = m_A a_{Ay} \Rightarrow N_A - m_A g - kx_2 = 0$$



Para el bloque B, haciendo lo mismo:

$$\sum F_Y = m_B a_{By} \Rightarrow m_B g - 2T = m_B a_B$$

De la ecuación que nos relacionaba las velocidades de los bloques podemos obtener una relación entre las aceleraciones sin más que derivar esa expresión respecto del tiempo:

$$v_A = 2v_B \Rightarrow \frac{dv_A}{dt} = 2\frac{dv_B}{dt} \Rightarrow a_A = 2a_B$$

Tendremos entonces, tomando la ecuación del eje X del bloque A y la del bloque B:

$$T = m_A a_A$$
$$m_B g - 2T = m_B a_B$$

Y teniendo en cuenta la relación que acabamos de obtener entre las aceleraciones:

$$T = m_A a_A \Rightarrow T = 2m_A a_B \Rightarrow T = 2 \cdot 2a_B \Rightarrow T = 4a_B$$
$$m_B g - 2T = m_B a_B \Rightarrow 3 \cdot 9.8 - 2T = 3a_B \Rightarrow 29.4 - 2T = 3a_B$$

Sustituyendo la primera ecuación en la segunda:

$$29.4 - 2T = 3a_B \Rightarrow 29.4 - 2 \cdot 4a_B = 3a_B \Rightarrow 29.4 = 11a_B \Rightarrow a_B = 2.67 \text{ m/s}^2$$

Y la tensión valdrá:

$$T = 4a_B = 4 \cdot 2.67 = 10.69 \text{ N}$$

$$\underline{T = 10.69 \text{ N}}$$

c) Ya conocemos la aceleración del bloque B:

$$\underline{a_B = 2.67 \text{ m/s}^2}$$

Y como conocemos la relación entre las aceleraciones de los dos bloques:

$$a_A = 2a_B = 2 \cdot 2.67 = 5.35 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_A = 5.38 \text{ m/s}^2}$$

d) De la ecuación de fuerzas del eje Y para el bloque A tenemos:

$$N_A - m_A g - kx_2 = 0 \Rightarrow N_A = m_A g + kx_2 = m_A g + k(l_2 - l_0) = 2 \cdot 9.8 + 500(0.6 - 0.4) = 119.6 \text{ N}$$

$$\underline{N_A = 119.6 \text{ N}}$$