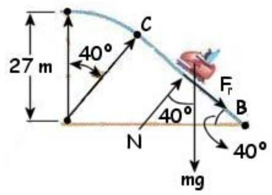
a) Sabemos que en el punto D el coche llega con velocidad nula. Podemos aplicar la conservación de la energía entre las posiciones C y D. Tomamos como origen de energía potencial gravitatoria la altura correspondiente a C, de modo que en C el coche sólo tiene energía cinética, mientras que en D tendrá solamente energía cinética. Además, no hay fuerzas que realicen trabajo, ya que la normal es en todo momento perpendicular al desplazamiento de su punto de aplicación. Así pues tendremos:

$$E_{TC} + W_{fuerzas} = E_{TD} \Rightarrow E_{CC} = E_{PgD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 = mgh_D$$

$$v_C = \sqrt{2gh_D} = \sqrt{2 \cdot 9.8(27 - 27\cos 40^o)} = 11.13\ m/s$$

<u>v_C=11.13 m/s</u>



Ahora aplicamos la conservación de la energía entre las posiciones A y D. Tomamos como origen de energía potencial la altura del punto A. En A por tanto tendremos energía cinética, mientras que en D tendremos energía potencial gravitatoria. En cuanto a las fuerzas, como aparecen en el gráfico, en el tramo BC la normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento, pero sí que realiza trabajo la fuerza de rozamiento, cuyo valor tendremos que determinar. En dirección perpendicular al plano inclinado, dirección que podemos denominar Y, no hay movimiento, luego:

$$\Sigma F_Y=0 \Rightarrow N\text{-}mg\cos 40^o=0 \Rightarrow N=mg\cos 40^o$$

Como el coche desliza la fuerza de rozamiento adquiere su valor máximo:

$$F_r=(F_r)_{máx}=\mu N=\mu mg\cos 40^o$$

En cuanto al desplazamiento de su punto de aplicación, la fuerza de rozamiento se desplaza desde B hasta C, luego tendremos:

$$\text{sen}40^o = \frac{27\cos 40^o}{BC} \Rightarrow BC = \frac{27\cos 40^o}{\text{sen}40^o}$$

En la conservación de la energía tendremos pues:

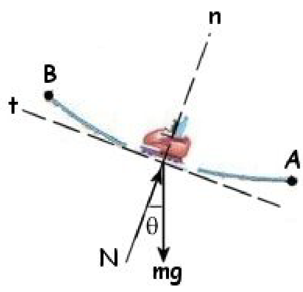
$$E_{TA} + W_{fuerzas} = E_{TD} \Rightarrow E_{CA} + W_{Fr} = E_{PgD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + F_r BC\cos 180^o = mgh_D$$

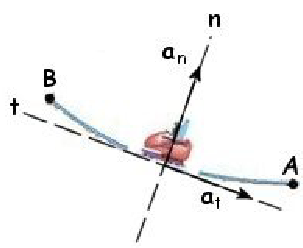
$$\frac{1}{2}mv_A^2 - \mu mg\cos 40^o \frac{27\cos 40^o}{\text{sen}40^o} = mgh_D \Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 - \mu g\frac{27\cos^2 40^o}{\text{sen}40^o} = gh_D$$

$$v_A = \sqrt{2gh_D + 2\mu g\frac{27\cos^2 40^o}{\text{sen}40^o}} = \sqrt{2 \cdot 9.8(27+18) + 2 \cdot 0.1 \cdot 9.8\frac{27\cos^2 40^o}{\text{sen}40^o}} = 30.82\ m/s$$

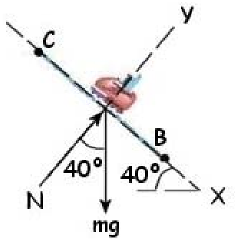
<u>v_A=30.82 m/s</u>

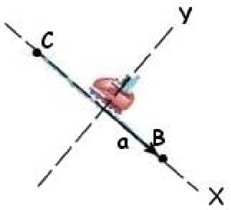
b) Tendremos que estudiar el valor de la normal en los tres tramos de la montaña rusa, los dos arcos de circunferencia y el tramo recto. Veamos cuánto vale la normal en el arco de circunferencia AB. En cualquier punto de este tramo tendremos lo que aparece en la figura. Es un tramo liso, luego sólo existen como fuerzas el peso y la normal, y en cuanto a aceleraciones tendremos la aceleración normal y la tangencial. El ángulo θ en dicho tramo variará entre 0º y 40º. Aplicamos la segunda ley de Newton a la dirección normal:





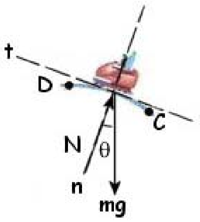
$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow N - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{r_A} \Rightarrow N = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{r_A}$$

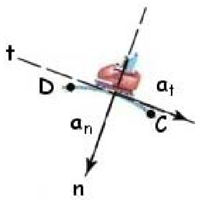




Ahora vamos al tramo rugoso BC. En dicho tramo hay fuerza de rozamiento, pero sólo existe aceleración paralela al plano inclinado. Además, el ángulo del plano inclinado es constante (40º). Si aplicamos la segunda ley de Newton al eje Y tendremos:

$$\Sigma F_Y=0 \Rightarrow N\text{-}mg\cos 40º=0 \Rightarrow N=mg\cos 40º$$





Por último, nos falta determinar la reacción normal en el tramo curvo CD. Igual que el tramo AB, es un tramo liso, luego sólo aparecen la reacción normal y el peso. En cuanto a aceleraciones tendremos la tangencial y la normal. El ángulo θ variará desde 0º hasta 40º. Así pues, operando del mismo modo que en el tramo AB tendremos ahora:

$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow mg\cos\theta - N = m\frac{v^2}{r_C} \Rightarrow N = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{r_C}$$

Vamos a ver pues cómo varía la normal. Inicialmente nos encontramos en el punto A, donde la normal vale (tramo curvo AB):

$$N_A = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{r_A} = mg + m\frac{v_A^2}{r_A} = 254\cdot 9.8 + 254\frac{30.82^2}{72} = 5771.14\ \text{N}$$

ya que en dicho punto el ángulo θ es de 0º y su coseno por tanto vale la unidad. A partir de ahí el ángulo va aumentando, es decir, el coseno va disminuyendo, y la velocidad también disminuye puesto que al ir hacia B la altura aumenta, aumenta la energía potencial y disminuye la cinética (la suma total debe permanecer constante). Tendremos entonces que la normal desde A hasta B va disminuyendo. Podemos determinar además el valor de la normal en el punto B, para lo cual sólo nos faltaría determinar la velocidad en el punto B. Aplicamos para ello la conservación de la energía entre las posiciones A y B, tomando como origen de energía potencial gravitatoria la correspondiente al punto A. Según esto en la posición A sólo tendríamos energía cinética mientras que en B tendríamos cinética y potencial gravitatoria. Como el tramo AB es liso, no hay ninguna fuerza que realice trabajo:

$$E_{TA} + W_{Fuerzas} = E_{TB} \Rightarrow E_{CA} = E_{CB} + E_{PgB} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B$$

$$\frac{1}{2}30.82^2 = \frac{1}{2}v_B^2 + 9.8\cdot 18 \Rightarrow v_B^2 = 298.54\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

Por tanto la normal en el punto B, el mínimo de la trayectoria AB es:

$$N_B = mg\cos\theta + m\frac{v^2}{r_A} = mg\cos 40º + m\frac{v_B^2}{r_A} = 254\cdot 9.8\cos 40º + 254\frac{298.54}{72} = 2960\ \text{N}$$

A partir de B estamos en el tramo recto BC, donde la normal permanece constante y vale:

$$N=mg\cos 40º=254\cdot 9.8\cos 40º=1906.84\ \text{N}$$

Posteriormente entramos en el tramo curvo CD. En este tramo la normal vale $N = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{r_C}$. En el punto C tendremos que el valor es:

$$N_C = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{r_C} = mg\cos 40º - m\frac{v_C^2}{r_C} = 254\cdot 9.8\cos 40º - 254\cdot\frac{11.13^2}{27} = 742.11\ \text{N}$$

A partir de aquí, tendremos que el ángulo θ va disminuyendo, luego su coseno irá aumentando al acercarnos a D, es decir, el primer sumando de la expresión de la normal aumenta. En cuanto al segundo término, al ir desde C hasta D la energía potencial aumenta, luego la cinética, y por tanto la velocidad, disminuye. El segundo sumando disminuye. En conjunto por tanto, la normal al ir desde C hasta D aumenta. El último valor de la normal en el punto D será:

$$N_D = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{r_C} = mg\cos 0º = mg = 254 \cdot 9.8 = 2489.2 \text{ N}$$

Vemos pues que la normal es máxima en el punto A:

$\underline{N_{máx}=N_A=5771.14 \text{ N}}$

Y la normal es mínima en el punto C correspondiente al tramo curvo:

$\underline{N_{mín}=N_C=742.11 \text{ N}}$

c) Tenemos que el tramo CD es liso, de modo que si queremos que el carrito llegue al punto D sin velocidad tendrá que llegar al punto C con la misma velocidad que antes, ya que entre C y D no hay pérdidas por rozamiento. Entonces la normal en C nos sale igual a la que hemos obtenido antes:

$\underline{N_C=742.11 \text{ N}}$