a) En primer lugar vamos a ver cuál es la elongación del resorte (k=1 kN/m=1000 N/m). Si la fuerza en el muelle es de 150 N tendremos:

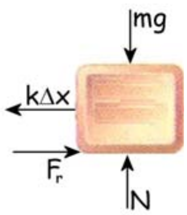
$$F_1 = k\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{F_1}{k} = \frac{150}{1000} = 0.15\ \text{m}$$

Esa longitud, Δx_1=0.15 m, es lo que está desplazado el bloque, hacia la derecha, y lo que está estirado el resorte. En esta situación el bloque parte del reposo $v_{inicial}$=0 (energía cinética nula). Cuando llega a la posición en la que estaba antes de empezar a aplicarle la fuerza Δx=0 y la velocidad del bloque es v_{final}

Aplicaremos el teorema del trabajo-energía cinética. El trabajo de las fuerzas externas aplicadas al bloque es igual a la variación de su energía cinética

$$W_{fuerzas} = \Delta E_{cinética} \qquad (1)$$

$$\Delta E_{cinética} = \frac{1}{2}mv_{final}^2 - \frac{1}{2}mv_{inicial}^2 = \frac{1}{2}mv_{final}^2$$



Para determinar el trabajo, vamos a ver qué fuerzas actúan sobre el bloque. Hacemos el diagrama de sólido libre, y vemos que aparte del peso y la acción del resorte, sobre el bloque actúan la normal y la fuerza de rozamiento. La normal y el peso no realizan trabajo porque en todo momento son perpendiculares al desplazamiento, luego sólo realizan trabajo la fuerza elástica y la de rozamiento. El trabajo valdrá:

$$W_{Fuerzas} = \int_{\Delta x_1}^{0} -k\Delta x\, d\Delta x + F_r \Delta x_1 \cos 180^{\circ} = \frac{1}{2}k\Delta x_1^2 - F_r \Delta x_1$$

Como el bloque se desplaza la fuerza de rozamiento es:

$$F_r = \mu_k N$$

En la dirección vertical el bloque está en equilibrio

$$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$
$$\Rightarrow F_r = \mu_k N = \mu_k mg = 0.5 \cdot 5 \cdot 9.8 = 24.5\ \text{N}$$

Sustituyendo en la expresión (1)

$$W_{fuerzas} = \Delta E_{cinética}$$
$$\frac{1}{2}k\Delta x_1^2 - F_r \Delta x_1 = \frac{1}{2}mv_{final}^2$$
$$\frac{1}{2}1000 \cdot 0.15^2 - 24.5 \cdot 0.15 = \frac{1}{2}5v_{final}^2 \Rightarrow v_{final} = 1.74\ \text{m/s}$$

$$\underline{v_{final} = 1.74\ \text{m/s}}$$

b) Puesto que el movimiento es rectilíneo, si la velocidad del bloque es máxima, su aceleración tiene que ser nula, luego en esa posición, que llamaremos (2), el bloque está en equilibrio, del diagrama de sólido libre tendremos:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow k\Delta x_2 - F_r = 0 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{F_r}{k} = \frac{24.5}{1000} = 0.0245\ \text{m}$$

Ahora el trabajo de las fuerzas es :

$$W_{Fuerzas} = \int_{\Delta x_1}^{\Delta x_2} -k\Delta x\, d\Delta x + F_r(\Delta x_1 - \Delta x_2)\cos 180^{\circ} = \frac{1}{2}k\Delta x_1^2 - \frac{1}{2}k\Delta x_2^2 - F_r(\Delta x_1 - \Delta x_2) =$$
$$= \frac{1}{2}1000 \cdot 0.15^2 - \frac{1}{2}1000 \cdot 0.0245^2 - 24.5(0.15 - 0.0245)$$

y la variación de energía cinética

$$\Delta E_{cinética} = \frac{1}{2}mv^2_{final} - \frac{1}{2}mv^2_{inicial} = \frac{1}{2}mv^2_{máx}$$

$$\frac{1}{2}1000 \cdot 0.15^2 - \frac{1}{2}1000 \cdot 0.0245^2 - 24.5(0.15 - 0.0245) = \frac{1}{2}5v^2_{máx} \Rightarrow v_{máx} = 1.77 \text{ m/s}$$

$\underline{v_{máx}=1.77 \text{ m/s}}$

c) Llamaremos (3) a la posición en la cual el bloque se detiene. En dicha posición por tanto la energía cinética será nula, como inicialmente la energía cinética era nula también el trabajo de las fuerzas es nulo:

$$W_{Fuerzas} = \int_{\Delta x_1}^{\Delta x_3} - k\Delta x d\Delta x + F_r(\Delta x_1 + \Delta x_3)\cos 180° = \frac{1}{2}k\Delta x_1^2 - \frac{1}{2}k\Delta x_3^2 - F_r(\Delta x_1 + \Delta x_3) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}1000 \cdot 0.15^2 - \frac{1}{2}1000 \cdot \Delta x_3^2 - 24.5(0.15 + \Delta x_3) = 0$$

$$500\Delta x_3^2 + 24.5\Delta x_3 - 7.575 = 0 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{-24.5 \pm \sqrt{24.5^2 + 4 \cdot 500 \cdot 7.545}}{2 \cdot 500} = \begin{cases} 0.101 \text{ m} \\ \text{negativa} \end{cases}$$

Por tanto el desplazamiento del bloque será:

$x=\Delta x_1+\Delta x_3=0.15+0.101=0.251$ m

$\underline{x=0.251 \text{ m}}$

d) Una vez detenido el bloque, puede quedarse parado si la fuerza de rozamiento estática es suficientemente grande como para compensar la fuerza de recuperación elástica del resorte. Veamos si esto es posible. La máxima fuerza de rozamiento estática que podemos tener es:

$(F_r)_{smáx}=\mu_s N=\mu_s mg=0.6 \cdot 5 \cdot 9.8=29.4$ N

La fuerza de recuperación elástica del resorte cuando el bloque se detiene es:

$F_3=k\Delta x_3=1000 \cdot 0.101=101$ N

Vemos pues que la fuerza de rozamiento no puede compensar este valor, luego el bloque comienza a desplazarse de nuevo hacia la derecha. Denominaremos (4) a la nueva posición en que el bloque se detiene (energía cinética por tanto nula).

$$W_{Fuerzas} = \int_{\Delta x_3}^{\Delta x_4} - k\Delta x d\Delta x + F_r(\Delta x_3 + \Delta x_4)\cos 180° = \frac{1}{2}k\Delta x_3^2 - \frac{1}{2}k\Delta x_4^2 - F_r(\Delta x_3 + \Delta x_4) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}1000 \cdot 0.101^2 - \frac{1}{2}1000 \cdot \Delta x_4^2 - 24.5(0.101 + \Delta x_4) = 0$$

$$500\Delta x_4^2 + 24.5\Delta x_4 - 2.626 = 0 \Rightarrow \Delta x_4 = \frac{-24.5 \pm \sqrt{24.5^2 + 4 \cdot 500 \cdot 2.626}}{2 \cdot 500} = \begin{cases} 0.052 \text{ m} \\ \text{negativo} \end{cases}$$

Por tanto la distancia que recorre el bloque hasta detenerse nuevamente es:

$x'=\Delta x_3+\Delta x_4=0.101+0.052=0.153$ m

$\underline{x' =0.153 \text{ m}}$