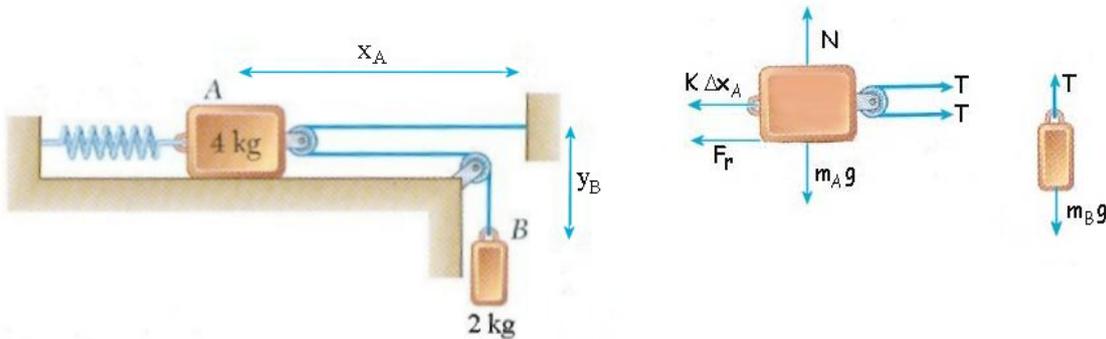


En la figura están representadas las posiciones de los bloques respecto al punto fijo donde está amarrado uno de los extremos de la cuerda ( $x_A$  e  $y_B$ ) y los diagramas de sólido libre de ambos bloques. La tensión de la cuerda es la misma a ambos lados de cada polea porque las masas de las poleas son despreciables.



Vamos a razonar hacia donde es la aceleración inicialmente. Consideramos todo el conjunto cuando se suelta desde el reposo. En ese instante el muelle está sin deformar por lo que  $k\Delta x_A=0$ , el peso de B es  $m_B g=19.6 \text{ N}$  y cuando es inminente el movimiento la fuerza de rozamiento  $F_r=\mu m_A g=0.1 \cdot 4 \cdot 9.8=3.92 \text{ N}$ . El peso de B es mayor que la fuerza de rozamiento por lo que la aceleración de B será hacia abajo y la de A hacia la izquierda. Como estaban en reposo empezarán a moverse en ese sentido.

Si tenemos en cuenta que la longitud de la cuerda es constante y expresamos esa longitud en función de las posiciones de los bloques obtenemos la ecuación:

$$L = 2x_A + y_B + \text{cte} = \text{cte}$$

$$\text{En valor absoluto } 2\Delta x_A = \Delta y_B \Rightarrow \Delta x_A = \frac{\Delta y_B}{2}$$

Es decir el bloque A se desplaza a la izquierda la mitad de lo que se desplaza el bloque B hacia abajo. Además tenemos:

$$2 \frac{dx_A}{dt} + \frac{dy_B}{dt} = 0 \Rightarrow 2v_A = v_B$$

La velocidad de B es doble que la de A

$$2 \frac{d^2x_A}{dt^2} + \frac{d^2y_B}{dt^2} = 0 \Rightarrow 2a_A = a_B$$

La aceleración de B es doble que la de A

a)

Para calcular la velocidad de A cuando B se ha desplazado 150 mm y A  $\frac{150}{2}$  mm aplicamos el principio del trabajo y la energía a los dos bloques:

$$W_{\text{fuerzas}} = \Delta E_C \quad \text{ó bien} \\ (E_{\text{mécánica}})_{\text{inicial}} + W_{\text{fuerzas no conservativas}} = (E_{\text{mécánica}})_{\text{final}}$$

$$(E_c)_{\text{inicial}} + (E_{pg})_{\text{inicial}} + (E_{pe})_{\text{inicial}} + W_{Fr} = (E_c)_{\text{final}} + (E_{pg})_{\text{final}} + (E_{pe})_{\text{final}}$$

Si utilizamos la forma

$$W_{\text{fuerzas}} = \Delta E_C$$

$$-\frac{1}{2}k\Delta x_A^2 - \mu m_A g \Delta x_A + \int_0^{\Delta x_A} 2T dx = \frac{1}{2} m_A v_A^2 - 0$$

$$m_B g \Delta y_B - \int_0^{\Delta y_B} T dy = \frac{1}{2} m_B v_B^2 - 0$$

Sumando las dos ecuaciones obtenemos:

$$-\frac{1}{2}k\Delta x_A^2 - \mu m_A g \Delta x_A + m_B g \Delta y_B = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B (2v_A)^2 = \frac{1}{2} v_A^2 (m_A + 4m_B)$$

$$-\frac{1}{2} 300 \left( \frac{0.15}{2} \right)^2 - 0.1 \cdot 4 \cdot 9.8 \left( \frac{0.15}{2} \right) + 2 \cdot 9.8 \cdot 0.15 = \frac{1}{2} (4 + 8) v_A^2$$

$$\underline{v_A = 0.548 \text{ m/s}}$$

No se pueden aplicar las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado para calcular la velocidad porque la fuerza elástica del resorte es variable y por ello la aceleración no es constante.

b)

Para calcular la tensión en el instante en que B se ha desplazado 150 mm y A  $\frac{150}{2}$  mm aplicamos la segunda ley de Newton

Para el bloque A

$$-k\Delta x_A - F_r + 2T = m_A a_A$$

$$N - m_A g = 0 \Rightarrow N = m_A g$$

$$F_r = \mu N = \mu m_A g$$

$$-k\Delta x_A - \mu m_A g + 2T = m_A a_A = 4a_A$$

Para el bloque B

$$m_B g - T = m_B a_B = m_B 2a_A = 4a_A$$

$$-k\Delta x_A - \mu m_A g + 2T = m_B g - T$$

$$3T = k\Delta x_A + \mu m_A g + m_B g$$

$$3T = 300 \cdot 0.075 + 0.1 \cdot 4 \cdot 9.8 + 2 \cdot 9.8 = 46.02 \text{ N}$$

$$\underline{T = 15.34 \text{ N}}$$

c)

El bloque B alcanza su velocidad máxima en el instante en el que su aceleración es nula. Es decir cuando está en equilibrio  $\Sigma F = 0$ .

Calculemos el desplazamiento de B en esta situación y después aplicando el principio del trabajo y la energía al igual que en el apartado a) calculamos la velocidad en ese instante que es la máxima velocidad

$$-k \frac{\Delta y_B}{2} - \mu m_A g + 2T = 0$$

$$m_B g - T = 0$$

$$-k \frac{\Delta y_B}{2} - \mu m_A g + 2m_B g = 0$$

$$-300 \frac{\Delta y_B}{2} - 0.1 \cdot 4 \cdot 9.8 + 2 \cdot 2 \cdot 9.8 = 0$$

$$\Delta y_B' = 0.2342 \text{ m}$$

tenemos:

$$-\frac{1}{2}k\left(\frac{\Delta y'_B}{2}\right)^2 - \mu m_A g \left(\frac{\Delta y'_B}{2}\right) + m_B g \Delta y'_B = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A \left(\frac{v_B}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} v_B^2 \left(\frac{m_A}{4} + m_B\right)$$

$$-\frac{1}{2} 300 \left(\frac{0.2342}{2}\right)^2 - 0.1 \cdot 4 \cdot 9.8 \left(\frac{0.2342}{2}\right) + 2 \cdot 9.8 \cdot 0.2342 = \frac{1}{2} (0.5 + 4) v_B^2$$

$$\underline{(v_B)_{\text{máx}} = 1.173 \text{ m/s}}$$

A partir de este instante, la fuerza neta tiene sentido contrario al movimiento y por lo tanto la aceleración también, la velocidad irá disminuyendo.

**d)**

El máximo desplazamiento de B es cuando su velocidad se anula momentáneamente. A partir de ese instante, el movimiento cambia de sentido.

$$-\frac{1}{2}k\left(\frac{\Delta y''_B}{2}\right)^2 - \mu m_A g \left(\frac{\Delta y''_B}{2}\right) + m_B g \Delta y''_B = 0$$

$$-\frac{1}{2} 300 \left(\frac{\Delta y''_B}{2}\right)^2 - 0.1 \cdot 4 \cdot 9.8 \left(\frac{\Delta y''_B}{2}\right) + 2 \cdot 9.8 \cdot \Delta y''_B = 0$$

$$-\frac{1}{2} 300 \left(\frac{\Delta y''_B}{2}\right) - 0.1 \cdot 4 \cdot 9.8 \left(\frac{1}{2}\right) + 2 \cdot 9.8 = 0$$

$$\Delta y''_B = (\Delta y_B)_{\text{máx}} = 0.4704 \text{ m}$$

$$\underline{(\Delta y_B)_{\text{máx}} = 0.4704 \text{ m}}$$

**e)**

La tensión de la cuerda cuando el desplazamiento de B es máximo se calcula de una forma similar a como se calcula en el apartado b). Ahora el desplazamiento del bloque A en vez de ser como en el apartado

b)  $\frac{0.150}{2}$  m es  $\frac{0.4704}{2}$  m y además hay que tener en cuenta que como a partir de ese instante cambia el sentido del movimiento la fuerza de rozamiento tiene sentido opuesto al que tenía en el apartado b)

$$-k \frac{(\Delta y_B)_{\text{máx}}}{2} + \mu m_A g + 2T = -m_A a_A = -4a_A$$

$$T - m_B g = m_B a_B = 2 \cdot 2a_A = 4a_A$$

$$k \frac{(\Delta y_B)_{\text{máx}}}{2} - \mu m_A g - 2T = T - m_B g$$

$$k \frac{(\Delta y_B)_{\text{máx}}}{2} - \mu m_A g + m_B g = 3T$$

$$3T = 300 \cdot 0.2352 - 0.1 \cdot 4 \cdot 9.8 + 2 \cdot 9.8 = 86.24 \text{ N}$$

$$\underline{T = 28.75 \text{ N}}$$