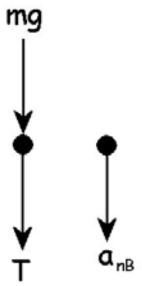
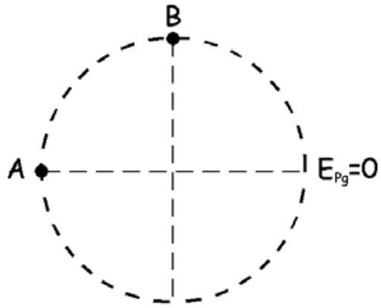


a) Por supuesto, el punto crítico es el punto superior, B. Puesto que AO es una cuerda, como fuerza sólo podrá ejercer una tensión, lo cual implica que en el punto más alto de la trayectoria, si hacemos el diagrama de sólido libre de la esfera tendremos dos fuerzas, el peso y la tensión, ambas verticales y hacia abajo. Esto implica que puesto que hay fuerzas en el eje vertical tiene que haber aceleración en este eje, y dicha aceleración tiene que ser la componente normal (está en la dirección del radio de curvatura y apuntando hacia el centro de curvatura). Esta aceleración depende directamente de la velocidad, de modo que cuanto mayores sean las fuerzas mayor será la velocidad en el punto B, y eso implica mayor velocidad en el punto A. Si queremos que la velocidad sea mínima, las fuerzas tienen que ser mínimas; dado que el peso es constante sólo puede variar la tensión, y el valor mínimo de la tensión es cero. Así pues, la mínima velocidad v_0 en el punto A implica que la tensión en el punto B tiene que ser nula, en cuyo caso tendremos, aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_n = ma_{nB} \Rightarrow mg + T = ma_{nB} \Rightarrow T = 0 \Rightarrow mg = m\frac{v_B^2}{L} \Rightarrow v_B^2 = gL$$



Ahora para determinar la mínima velocidad v_0 aplicamos la conservación de la energía, entre la situación inicial en el punto A y la situación final en B. Tendremos:

$$E_{TA}+W_{otras}=E_{TB}$$

Tomamos como nivel de energía potencial gravitatoria el nivel de A. De este modo, en el punto A sólo tenemos energía cinética puesto que la velocidad es v_0, mientras que en el punto B tenemos energía potencial gravitatoria y energía cinética, ya que hemos visto que la velocidad en el punto B es v_B. En cuanto al trabajo realizado por otras fuerzas distintas al peso, sólo aparece la tensión, que en todo momento es perpendicular al desplazamiento de su punto de aplicación, de modo que no realiza trabajo. Así pues:

$$E_{TA} + W_{otras} = E_{TB} \Rightarrow E_{CA} = E_{CB} + E_{PgB} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgL \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}v_B^2 + gL$$

$$\frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}gL + gL \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = \frac{3}{2}gL \Rightarrow v_0 = \sqrt{3gL} = \sqrt{3\cdot 9.8\cdot 2} = 7.67\ m/s$$

$\underline{v_0=7.67\ m/s}$

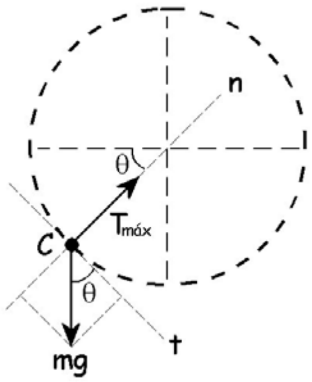
b) Ahora supongamos que AO es una varilla. Como hemos visto anteriormente, la mínima velocidad v_0 implica la mínima velocidad v_B. Si AO es una varilla rígida, puede actuar como apoyo, de modo que en el punto B podríamos tener una fuerza vertical y hacia abajo, que es el peso, y otra vertical y hacia arriba, que es la normal proporcionada por el apoyo de la varilla. Estas dos fuerzas pueden ser iguales de tal modo que el sumatorio de fuerzas es nulo y la aceleración normal en el punto B es nula, es decir, la velocidad en B es nula.

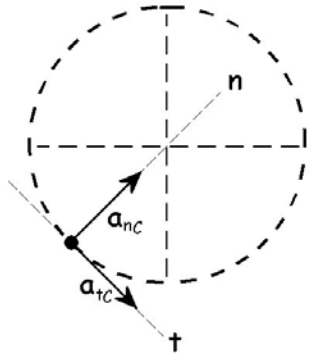
Aplicamos como antes la conservación de la energía teniendo en cuenta que en B no tenemos energía cinética y nos queda:

$$E_{TA} + W_{otras} = E_{TB} \Rightarrow E_{CA} = E_{PgB} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = mgL \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = gL \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gL} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 2} = 6.26\ \mathrm{m/s}$$

v_0=6.26 m/s



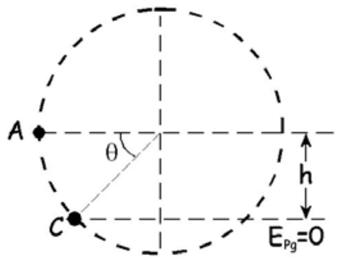


c) Nos centramos ahora en el caso de la cuerda. Hacemos el diagrama de sólido libre en el punto en que la tensión es máxima, que sería justo donde se produce la rotura (punto que denominaremos C). Tomamos como ejes el normal y el tangencial y tendremos, aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow T_{máx} - mg\mathrm{sen}\theta = m\frac{v_C^2}{L}$$

Teniendo en cuanta que la tensión máxima que soporta el cable es el doble del peso de la esfera:

$$T_{máx} - mg\mathrm{sen}\theta = m\frac{v_C^2}{L} \Rightarrow 2mg - mg\mathrm{sen}\theta = m\frac{v_C^2}{L} \Rightarrow 2g - g\mathrm{sen}\theta = \frac{v_C^2}{L}$$



Nos falta solamente la velocidad en ese punto. Para ello aplicamos la conservación de la energía entre la posición inicial A y el punto en que la tensión es máxima. Nos queda:

$$E_{TA} + W_{otras} = E_{TC} \Rightarrow E_{CA} + E_{PgA} = E_{cC}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 + gh = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_0^2 + 2gL\mathrm{sen}\theta = v_C^2$$

Sustituimos esta expresión en la ecuación que hemos obtenido para las fuerzas:

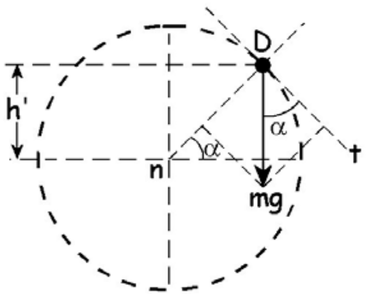
$$2g - g\mathrm{sen}\theta = \frac{v_C^2}{L} \Rightarrow 2g - g\mathrm{sen}\theta = \frac{v_0^2 + 2gL\mathrm{sen}\theta}{L} \Rightarrow 2gL - gL\mathrm{sen}\theta = v_0^2 + 2gL\mathrm{sen}\theta$$

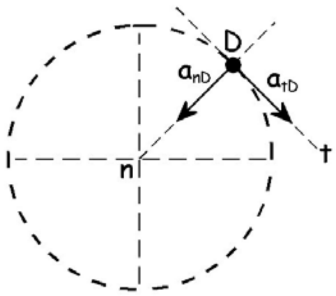
$$2gL - v_0^2 = 3gL\mathrm{sen}\theta \Rightarrow \mathrm{sen}\theta = \frac{2gL - v_0^2}{3gL} = \frac{2 \cdot 9.8 \cdot 2 - 5^2}{3 \cdot 9.8 \cdot 2} = 0.241 \Rightarrow \theta = 13.97^{\circ}$$

θ=13.97º

d) Obviamente no se puede trazar el círculo completo, ya que la velocidad mínima necesaria es de 7.67 m/s y la que nos dan ahora es 5 m/s, inferior a la mínima.

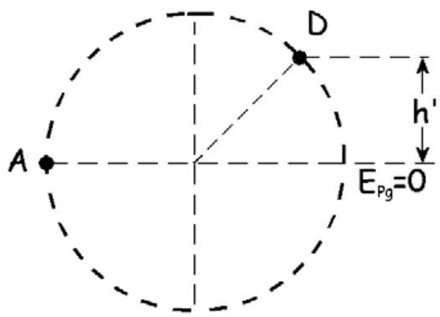
NO SE PUEDE TRAZAR EL CÍRCULO COMPLETO





Ahora vemos en qué punto se rompe la trayectoria (punto D). En el punto en que la trayectoria deja de ser circular la tensión deja de actuar ya que la cuerda comienza a arrugarse y el cuerpo se encuentra solo bajo la acción del peso. En ese punto la esfera se encuentra a una altura h’ por encima de la posición inicial y el diagrama de sólido libre será el de la figura. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_n = ma_{nD} \Rightarrow mgsen\alpha = m\frac{v_D^2}{L} \Rightarrow g\frac{h'}{L} = \frac{v_D^2}{L} \Rightarrow h' = \frac{v_D^2}{g}$$



Sólo nos falta determinar la velocidad de la esfera en el punto D. Para ello aplicamos de nuevo la conservación de la energía entre la posición inicial A y el punto D. Tendremos:

$$E_{TA} + W_{otras} = E_{TD} \Rightarrow E_{CA} = E_{cD} + E_{PgD}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh' \Rightarrow v_0^2 = v_D^2 + 2gh'$$

$$v_D^2 = v_0^2 - 2gh'$$

Sustituyéndolo en la segunda ley de Newton:

$$h' = \frac{v_D^2}{g} \Rightarrow h' = \frac{v_0^2 - 2gh'}{g} \Rightarrow gh' = v_0^2 - 2gh' \Rightarrow h' = \frac{v_0^2}{3g} = \frac{5^2}{3 \cdot 9.8} = 0.85\ m$$

<u>h’=0.85 m</u>