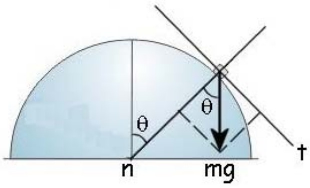
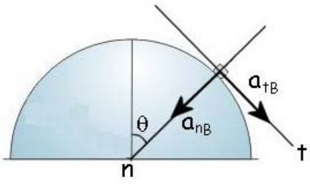
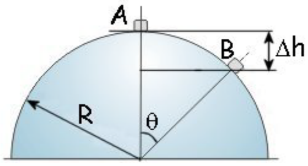




a) Si el cubito pierde el contacto con la superficie esférica eso implica que la reacción de contacto (normal) se anula, de modo que el diagrama de sólido libre del cubito para ese ángulo será el de la figura. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow mg\cos\theta = ma_{nB} \Rightarrow g\cos\theta = \frac{v_B^2}{R}$$



Nos falta la velocidad con que el cubito llega a ese punto. Para ello, aplicamos el teorema del trabajo energía cinética entre la posición A, donde el cubito parte del reposo, y la posición B, donde pierde el contacto con la esfera y lleva una velocidad v. Así, tendremos:

$$W_{AB} = \Delta E_C$$

Las únicas fuerzas que actúan entre A y B son el peso y la normal. El peso es conservativa, y la normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento. Así, nos queda:

$$W_{AB} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg} + W_N = \Delta E_C \Rightarrow -\Delta U_{AB} = \Delta E_C \Rightarrow U_A - U_B = E_{CB} - E_{CA} \Rightarrow U_A - U_B = E_{CB}$$

$$mgh_A - mgh_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow g\Delta h = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2g\Delta h = 2g(R - R\cos\theta) = 2gR(1-\cos\theta)$$

Sustituyendo en la ecuación de fuerzas:

$$g\cos\theta = \frac{v_B^2}{R} \Rightarrow g\cos\theta = \frac{2gR(1-\cos\theta)}{R} \Rightarrow \cos\theta = 2 - 2\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = 48{,}19^\circ$$

<u>$\theta = 48{,}19^\circ$</u>

b) Vamos a ver las aceleraciones. Denominamos punto C al punto en que $\theta = 30^\circ$. Puesto que se trata de un movimiento curvilíneo, tendremos dos componentes de aceleración, normal y tangencial. La normal será:

$$a_{nC} = \frac{v_C^2}{R}$$

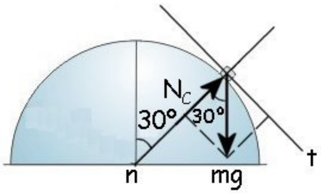
Y la velocidad la determinamos aplicando el teorema del trabajo-energía cinética entre las posiciones A y C, igual que antes:

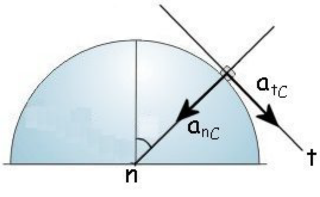
$$W_{AC} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg} + W_N = \Delta E_C \Rightarrow -\Delta U_{AC} = \Delta E_C \Rightarrow U_A - U_C = E_{CC} - E_{CA} \Rightarrow U_A - U_C = E_{CC}$$

$$mgh_A - mgh_C = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow g\Delta h = \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 2g\Delta h = 2g(R - R\cos 30^\circ) = 2gR(1-\cos 30^\circ)$$

Sustituyendo:

$$a_{nC} = \frac{v_C^2}{R} = \frac{2gR(1-\cos 30^\circ)}{R} = 2g(1-\cos 30^\circ) = 2\cdot 9{,}8(1-\cos 30^\circ) = 2{,}626\ m/s^2$$





Para la componente tangencial tendremos que hacer el diagrama de sólido libre del cubito en la posición C. Cuando θ=30º el cubito no habrá perdido el contacto con la esfera y sí tendremos reacción normal. El diagrama será el de la figura, y aplicando la segunda ley de Newton tendremos:

$$\Sigma F_t = ma_t \Rightarrow mg\,sen30º = ma_{tC} \Rightarrow a_{tC} = g\,sen30º = 9{,}8\,sen30º = 4{,}9 \text{ m/s}^2$$

Por tanto la aceleración del cubito es:

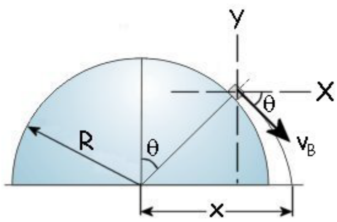
$$a = \sqrt{a_{nC}^2 + a_{tC}^2} = \sqrt{2{,}626^2 + 4{,}9^2} = 5{,}559 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a = 5{,}559 \text{ m/s}^2}$$

c) La reacción de la esfera es la normal, que podemos obtener de la segunda ley de Newton en la dirección normal:

$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow mg\cos30º - N_C = ma_{nC} \Rightarrow N_C = mg\cos30º - ma_{nC} = m(g\cos30º - a_{nC}) =$$
$$= 0{,}050(9{,}8\cos30º - 2{,}626) = 0{,}293 \text{ N}$$

$$\underline{N_C = 0{,}293 \text{ N}}$$



d) Ahora tendremos que desde que el cubito se despega de la esfera en el punto B, realiza una trayectoria parabólica con caída libre. La velocidad inicial de esta parábola es:

$$v_B = \sqrt{gR\cos\theta} = \sqrt{9{,}8 \cdot 0{,}5\cos 48{,}19º} = 1{,}807 \text{ m/s}$$

Esta velocidad forma un ángulo θ=48,19º con la horizontal. En el eje Y el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado, siendo la aceleración la de la gravedad. Tendremos:

$$y = y_0 + v_{0Y}t + \frac{1}{2}a_Y t^2 \Rightarrow 0 = R\cos\theta - v_B sen\theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 = 0{,}5\cos 48{,}19º - 1{,}807 sen 48{,}19º\,t - \frac{1}{2}9{,}8t^2 \Rightarrow 4{,}9t^2 + 1{,}347t - 0{,}333 = 0$$

$$t = \frac{-1{,}347 \pm \sqrt{1{,}347^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 0{,}333}}{2 \cdot 9{,}8} = \begin{cases} 0{,}157 \text{ s} \\ -0{,}432 \text{ s} \end{cases}$$

En el eje X el movimiento es rectilíneo y uniforme, luego:

$$x = x_0 + v_B\cos\theta t = R sen\theta + v_B \cos\theta t = 0{,}5 sen 48{,}19º + 1{,}807\cos 48{,}19º \cdot 0{,}157 = 0{,}562 \text{ m}$$

$$\underline{x = 0{,}562 \text{ m}}$$

e) Para determinar la velocidad del cubito cuando cae al suelo podemos aplicar el teorema del trabajo-energía cinética entre la posición A, cuando el cubito parte del reposo, y la posición que llamaremos D, cuando llega al suelo. Así tendremos:

$$W_{AD} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg} + W_N = \Delta E_C \Rightarrow -\Delta U_{AD} = \Delta E_C \Rightarrow U_A - U_D = E_{CD} - E_{CA} \Rightarrow U_A - U_D = E_{CD}$$

$$mgh_A - mgh_D = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow g\Delta h = \frac{1}{2}v_D^2 \Rightarrow v_D = \sqrt{2g\Delta g} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}5} = 3{,}130 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_D = 3{,}130 \text{ m/s}}$$