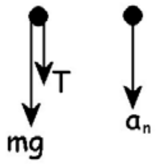
a) Si la masa tarda 1 s en ir de un extremo a otro, el período (tiempo que tarda el péndulo en dar una oscilación completa) será T=2 s. Así, en la Tierra:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{2^2 \cdot 9{,}8}{4\pi^2} = 0{,}993\,\mathrm{m}$$

Y en la Luna tendremos:

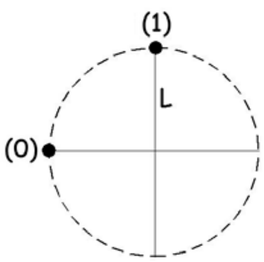
$$T' = T + 2{,}916 = 2 + 2{,}916 = 4{,}916\ \mathrm{s} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}} \Rightarrow g' = \frac{4\pi^2 L}{T'^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}993}{4{,}916^2} = 1{,}622\ \mathrm{m/s^2}$$

<u>g’=1,662 m/s²</u>



b) Ahora volvemos a los datos de la Tierra, $g=9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$. En esta situación, desplazamos el péndulo 90º y lo soltamos con una velocidad mínima v_0, de modo que tiene que describir un círculo completo. Evidentemente el punto crítico es el más alto de la trayectoria. Si hacemos en ese punto el diagrama de sólido libre de la masa tendremos lo que aparece en la figura. En cuanto a fuerzas, tendremos el peso, vertical y hacia abajo, y la tensión, en la dirección de la cuerda y hacia fuera de la masa. Puesto que sólo tenemos fuerzas en dirección vertical y ambas hacia abajo, sólo habrá aceleración en esa dirección y sentido, que corresponderá, puesto que se trata de un movimiento circular, con la aceleración normal. Queremos que la velocidad sea mínima, luego necesitamos que la aceleración normal sea mínima, es decir, que las fuerzas sean lo más pequeñas posible. Sobre el peso no podemos actuar, luego lo que tenemos que disminuir es la tensión, que podemos hacer pequeña hasta que prácticamente se anule. Si la tensión es cero, de la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_n = ma_n \Rightarrow mg = ma_n \Rightarrow a_n = g \Rightarrow \frac{v_1^2}{L} = g \Rightarrow v_1^2 = gL$$



Por tanto, en el caso más extremo, la velocidad en la parte más alta del círculo tiene que ser por lo menos $v_1 = \sqrt{gL}$. Una vez determinada esta velocidad, aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre la situación inicial, cuando la velocidad es v_0 y la masa se desplaza 90º respecto de la vertical, y la situación final, cuando la velocidad es $v_1 = \sqrt{gL}$. Tendremos entonces:

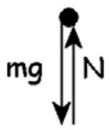
$$W_{01} = \Delta E_C \Rightarrow W_T + W_{mg} = \Delta E_C$$

La tensión no realiza trabajo porque en cada momento es perpendicular a la trayectoria, y el peso es conservativa, luego:

$$W_T + W_{mg} = \Delta E_C \Rightarrow -\Delta U = \Delta E_C \Rightarrow U_0 - U_1 = E_{C1} - E_{C0} \Rightarrow mg(h_0 - h_1) = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$-2gL = v_1^2 - v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2gL} = \sqrt{gL + 2gL} = \sqrt{3gL} = \sqrt{3 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}993} = 5{,}40\ \mathrm{m/s}$$

<u>v_0=5,40 m/s</u>



c) Ahora sustituimos la cuerda por una barra rígida. La diferencia es que mientras que la cuerda ejerce una tensión siempre hacia fuera del cuerpo, la barra ejerce una fuerza que puede ser de tensión o de compresión, de modo que en la parte más alta de la circunferencia la barra puede ejercer una reacción de apoyo normal, tal como aparece en la figura, y esto permite que la suma de las fuerzas en dirección normal sea nula, y así, la aceleración normal, y por tanto la velocidad en ese momento, sea nula (v_1=0).

Por tanto, aplicando después igual que en el apartado anterior el teorema de las fuerzas vivas, tendremos:

$$W_T+W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow U_0-U_1=E_{C1}-E_{C0} \Rightarrow mg(h_0-h_1)=-\frac{1}{2}mv_0^2$$

$$-2gL=-v_0^2 \Rightarrow v_0=\sqrt{2gL}=\sqrt{2gL}=\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 0{,}993}=4{,}41\,m/s$$

v_0=4,41 m/s