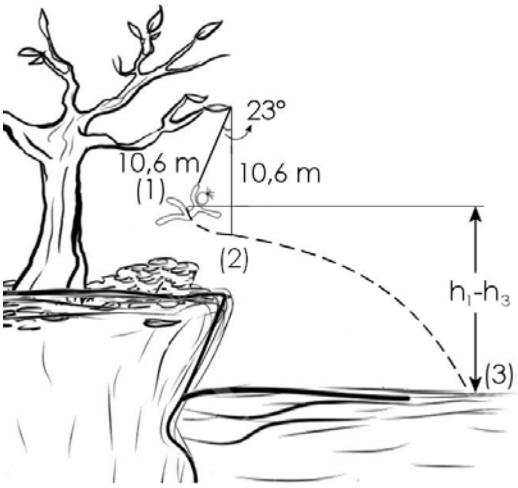


a) Vamos a llamar punto (1) al de lanzamiento, (2) al instante en que el muchacho se suelta al pasar por la vertical y (3) al que corresponde a la caída en la charca.

Podemos aplicar el teorema de las fuerzas vivas desde el instante (1), en que el muchacho se lanza, y el (3), en el que cae a la charca (ver gráfico) y tendremos:

$$W_{13}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_T=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C$$

$$U_1-U_3=E_{C3}-E_{C1} \Rightarrow mg(h_1-h_3)=\frac{1}{2}mv_3^2$$

$$v_3=\sqrt{2g(h_1-h_3)}=\sqrt{2\cdot 9{,}8[1{,}8+12-10{,}6+10{,}6(1-\cos 23º)]}=8{,}90 \text{ m/s}$$

$\underline{v_3=8{,}90 \text{ m/s}}$

b) Ahora operamos igual que en el caso anterior, pero entre los puntos (1) y (2) y tendremos:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_T=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow U_1-U_2=E_{C2}-E_{C1} \Rightarrow mg(h_1-h_2)=\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$v_2=\sqrt{2g(h_1-h_2)}=\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 10{,}6(1-\cos 23º)}=4{,}06 \text{ m/s}$$

$\underline{v_2=4{,}06 \text{ m/s}}$

c) Desde que el muchacho se suelta en (2) hasta que cae a la charca en (3) tenemos una caída libre, es decir, un tiro horizontal, donde la velocidad inicial es v_2 (horizontal) y la final v_3. En el eje Y el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado, siendo la aceleración la de la gravedad, luego podemos poner:

$$y_3=y_2+v_{2y}t-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_2-y_3=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 12+1{,}8-10{,}6=\frac{1}{2}9{,}8t^2 \Rightarrow t=0{,}808 \text{ s}$$

En el eje X el movimiento es rectilíneo y uniforme, luego:

$$x_3=x_2+v_{2x}t=4{,}06\cdot 0{,}808=3{,}28 \text{ m}$$

$\underline{x_3=3{,}28 \text{ m}}$

d) Al caer en la charca, la aceleración será la de la gravedad, como en cualquier otro punto de la caída libre, pero tenemos que proyectarla en las direcciones normal y tangencial. Para determinar estas direcciones acudimos a la velocidad, ya que la velocidad es tangente a la trayectoria y nos marcaría la dirección tangencial (la normal es perpendicular a la tangencial). Vamos a ver cuáles son las componentes de la velocidad en el punto (3). Para el eje X la velocidad es constante, luego:

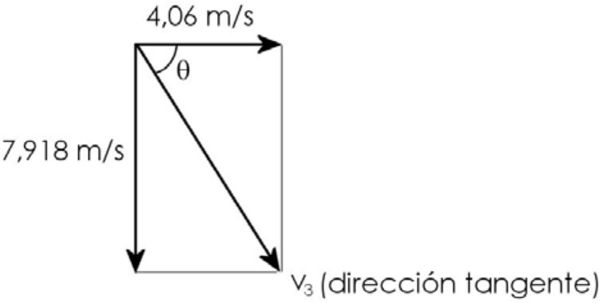
$$v_{3x}=v_{2x}=4{,}06 \text{ m/s}$$

Y en el eje Y tendremos:

$$v_{3y}=v_{2y}-gt=-gt=-9{,}8\cdot 0{,}808=7{,}918 \text{ m/s}$$

Comprobamos que efectivamente el módulo de la velocidad en este instante nos da lo mismo que lo calculado en el apartado a):

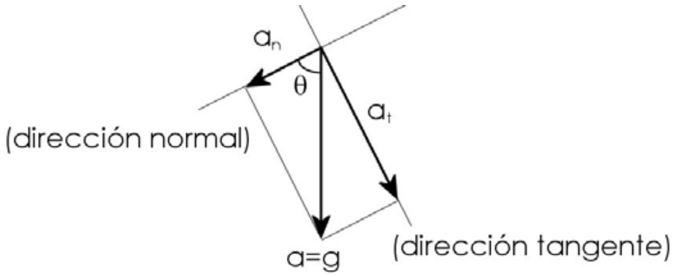
$$v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{4{,}06^2 + 7{,}918^2} = 8{,}90 \text{ m/s}$$



Podemos ver que sale lo mismo. Dibujamos ahora la velocidad, que nos da la dirección tangencial, y tendremos:

$$\mathbf{v_3} = v_{3x}\mathbf{i} + v_{3y}\mathbf{j} = 4{,}06\mathbf{i} - 7{,}918\mathbf{j}$$

$$\text{tg}\theta = \frac{7{,}918}{4{,}06} \Rightarrow \theta = 62{,}85^o$$



Así, la proyección de la aceleración de la gravedad sobre la dirección tangencial será:

$a_t = g\text{sen}\theta = 9{,}8\text{sen}62{,}85^o = 8{,}72 \text{ m/s}^2$

$\underline{a_t = 8{,}72 \text{ m/s}^2}$

Y en dirección normal:

$a_n = g\cos\theta = 9{,}8\cos 62{,}85^o = 4{,}47 \text{ m/s}^2$

$\underline{a_n = 4{,}47 \text{ m/s}^2}$

Y podemos comprobar que la aceleración es única, independientemente de los ejes que utilicemos para proyectarla:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{8{,}72^2 + 4{,}47^2} = 9{,}80 \text{ m/s}^2$$