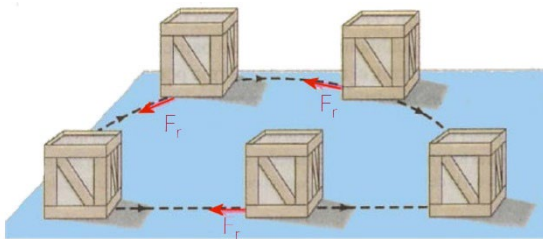


a) Se habla de fuerzas conservativas cuando el trabajo efectuado sobre la partícula es independiente de la trayectoria seguida por esta y sólo depende de las posiciones inicial y final. En tales situaciones el trabajo se puede obtener a partir de una función escalar denominada energía potencial. Notemos que para una fuerza conservativa, si la trayectoria es cerrada:

$$W(\text{trayectoria cerrada}) = \oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

Inversamente se puede afirmar que si el trabajo en una trayectoria cerrada es cero la fuerza es conservativa. Obviamente será condición necesaria para que una fuerza sea conservativa que \mathbf{F} sólo dependa de la posición de su punto de

aplicación y no de la trayectoria recorrida. Un ejemplo de este tipo de fuerzas son el peso y la fuerza elástica proporcionada por un resorte.



Se habla de fuerzas no conservativas cuando el trabajo efectuado sobre la partícula depende de la trayectoria seguida por esta y no solamente de las posiciones inicial y final. Una fuerza no conservativa es, por ejemplo, el rozamiento por deslizamiento. Como la fuerza de rozamiento se opone siempre a la dirección del movimiento, es obvio que el trabajo realizado por ella será siempre negativo. Así, cuando un objeto recorre una trayectoria cerrada y regresa a su posición inicial, el trabajo total realizado por la fuerza de

rozamiento es negativo. Evidentemente, se trata de una fuerza no conservativa que, dado que el trabajo realizado por ella es siempre negativo (disipa energía) se dice que es disipativa. En el caso de fuerzas no conservativas, no es posible expresar el trabajo a partir de una ninguna función escalar (o energía potencial).

b1) En un campo de fuerzas conservativas la fuerza deriva del potencial en la forma:

$$\mathbf{F} = -\frac{dU}{dx}$$

Gráficamente, la derivada es la pendiente de la tangente, de manera que puesto que existe un signo menos, tendremos que la fuerza es positiva cuando la pendiente de la tangente sea negativa, es decir, en el punto C. La fuerza será negativa cuando la pendiente de la tangente sea positiva, es decir, en los puntos A y E. Y por último, la fuerza será cero cuando la pendiente de la tangente sea cero, es decir, cuando la tangente sea horizontal, o sea, en los puntos B, D y F.

b2) Puesto que en valor absoluto la fuerza coincide con la pendiente de la tangente, ésta tiene que ser máxima, lo que ocurre en los puntos de inflexión. Estos puntos serán A, C y E, y entre ellos, podemos ver que la mayor pendiente es en A y en C.

b3) Los puntos de equilibrio son aquellos en que la fuerza es nula, y hemos visto ya que son los puntos B, D y F. Veamos ahora qué ocurre en cada uno de ellos.

En el punto B, cuando desplazamos la partícula hacia la derecha la pendiente de la tangente es negativa, lo que implica que la fuerza es positiva, hacia la derecha, en la misma dirección que el desplazamiento, alejando a la partícula de la posición de equilibrio. Si el desplazamiento de la partícula lo hacemos hacia la izquierda, la pendiente de la tangente es positiva, lo que implica que la fuerza es negativa, es decir, hacia la izquierda, alejando a la partícula de la posición de equilibrio. Cualquiera que sea el desplazamiento de la partícula siempre aparece una fuerza en el mismo sentido que la aleja de la posición de equilibrio, luego este punto es un punto de equilibrio inestable.

En el punto D ocurre lo contrario. Al desplazar la partícula hacia la izquierda la pendiente de la tangente es negativa, luego la fuerza positiva, hacia la derecha, devolviendo a la partícula a la posición de equilibrio. Si el desplazamiento de la partícula es hacia la derecha, la pendiente de la tangente es positiva, luego la fuerza es negativa, hacia la izquierda, devolviendo a la partícula a la posición de equilibrio. En definitiva, cualquier desplazamiento de la partícula da lugar a la aparición de una fuerza en sentido contrario al desplazamiento que hace retornar a la partícula a la posición de equilibrio, luego es un punto de equilibrio estable.

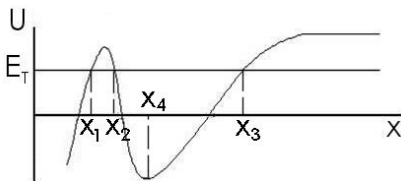
Por último, al desplazar la partícula hacia la derecha o hacia la izquierda del punto F, la tangente sigue siendo horizontal, y por tanto la fuerza nula, quedando la partícula en una nueva posición de equilibrio. Este punto es un punto de equilibrio indiferente.

b4) La partícula tiene una energía total E_T , que será suma de la cinética más la potencial. Tendremos entonces:

$$E_T = E_C + U \Rightarrow E_C = E_T - U$$

La energía cinética siempre es positiva, luego:

$$E_C > 0 \Rightarrow E_T - U > 0 \Rightarrow E_T > U$$



Por tanto, para que la energía cinética sea posible y el movimiento esté permitido la energía total tiene que estar por encima de la curva de potencial. Así, vemos en la gráfica que solo tenemos dos posibles regiones en que se verifica esto: para posiciones a la izquierda de x_1 , o entre x_2 y x_3 . La partícula puede estar en una de estas dos regiones, pero no en el resto, ya que implican energías cinéticas imaginarias.

Además, puesto que la suma de energía cinética y potencial es constante, al aumentar la cinética disminuye la potencial y viceversa.

Si la partícula se encuentra a la izquierda de x_1 puede moverse desde $-\infty$ hacia la derecha hasta x_1 frenando, ya que al avanzar hacia la derecha aumenta la energía potencial luego disminuye la cinética, y por tanto, disminuye la velocidad. Al llegar a la posición x_1 la energía total coincide con la potencial, luego la cinética es cero y el móvil se detiene ($v=0$). Puesto que ya no puede ir hacia la derecha (zona prohibida) invierte el sentido del movimiento y se dirigirá hacia la izquierda acelerando (disminuye la energía potencial \Rightarrow aumenta la cinética).

Si la partícula se encuentra entre x_2 y x_3 el movimiento comenzaría en x_2 desde el reposo, ya que en ese punto la energía potencial y la total coinciden. Al avanzar hacia la derecha disminuye la energía potencial luego aumenta la cinética, es decir, el móvil acelera hasta pasar con velocidad máxima por el punto x_4 , que se corresponde con el mínimo de energía potencial (máxima energía cinética). Desde x_4 hasta x_3 la energía potencial aumenta, luego la cinética y la velocidad disminuyen. La partícula va frenando hasta detenerse en x_3 . En este punto se invierte el sentido del movimiento y se hace lo mismo en sentido inverso. Por tanto, tenemos un movimiento en un pozo de potencial, movimiento que es de vaivén entre dos posiciones extremas (puntos de retorno x_2 y x_3) pasando por un punto de máxima velocidad que es x_4 .