a) Dado un sistema de partículas, la cantidad de movimiento de una cualquiera de ellas viene dada por el producto de su masa por su velocidad, esto es:

$$\mathbf{p_i}=m_i\mathbf{v_i}$$

La cantidad de movimiento total **P** del sistema de partículas se define simplemente como la suma vectorial de las cantidades de movimiento de las partículas individuales en ese mismo marco, o sea:

$$\mathbf{P}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p_i}=\sum_{i=1}^{N}m_i\mathbf{v_i}$$

Para establecer el teorema de la cantidad de movimiento para un sistema de partículas, derivamos esta expresión:

$$\mathbf{P}=\sum_{i=1}^{N}m_i\mathbf{v_i} \Rightarrow \frac{d\mathbf{P}}{dt}=\sum_{i=1}^{N}m_i\frac{d\mathbf{v_i}}{dt}=\sum_{i=1}^{N}m_i\mathbf{a_i}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F_i}$$

Esta expresión nos dice que la rapidez con que cambia la cantidad de movimiento total de un sistema de partículas es igual a la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema. Esta conclusión nos indica que solamente las fuerzas externas al sistema pueden modificar la cantidad de movimiento total del mismo. Las fuerzas internas al sistema modificarán las cantidades de movimiento individuales de las partículas, pero puesto que las fuerzas internas son iguales y opuestas, producirán cambios iguales y opuestos en las cantidades de movimiento de las partículas individuales, de modo que dichos cambios se compensarán entre sí y no contribuirán al cambio de la cantidad de movimiento total.

Como consecuencia inmediata del teorema de la cantidad de movimiento se tiene el correspondiente principio de conservación. Si suponemos que la fuerza externa resultante que actúa sobre un sistema de partículas es cero, entonces de acuerdo con la expresión anterior tenemos:

$$\text{Si } \mathbf{F}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F_i}=0 \Rightarrow \frac{d\mathbf{P}}{dt}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F_i}=0 \Rightarrow \mathbf{P}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p_i}=\text{cte}$$

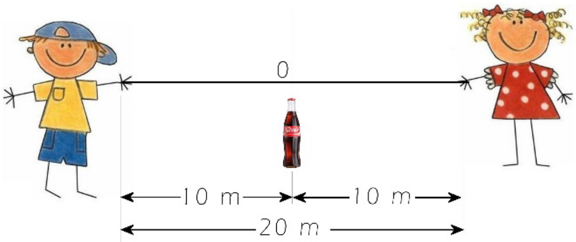
Resultado sencillo, pero muy general, que constituye el llamado principio o ley de la conservación de la cantidad de movimiento:

Cuando la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema de partículas es nula, la cantidad de movimiento total del sistema permanece constante.

La condición de que la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema sea nula puede sustituirse por la ausencia de interacción del sistema con el resto del universo. En este caso preferimos referirnos al sistema como a un sistema aislado, esto es, que no intercambia cantidad de movimiento (ni energía) con el exterior. Enunciamos entonces el anterior principio de conservación diciendo que:

La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas aislado permanece constante en el transcurso del tiempo.

Aunque resulta obvio, hay que insistir en que tan sólo la cantidad de movimiento total **P** se mantiene constante en ausencia de fuerzas externas al sistema o cuando sea nula la resultante de éstas. Las cantidades de movimiento de las partículas individuales no permanecerán constantes, en general, en el transcurso del tiempo; la rapidez del cambio de $\mathbf{p_i}$ será igual a la resultante de las fuerzas externas e internas que actúan sobre la partícula i-ésima, que no tienen por qué ser necesariamente nulas.



b) Inicialmente tendremos lo que aparece en la figura. La superficie congelada es horizontal y sin fricción, así que la fuerza externa que actúa sobre el sistema de Javier, Aine y la cuerda es cero, y se conserva su cantidad de movimiento inicial. Inicialmente no hay movimiento, así que la cantidad de movimiento total es cero y la velocidad del centro de masas es cero (está en reposo). Podemos usar esto para relacionar las posiciones de Javier y Aine.

Tomamos el origen en la posición del tarro, con el eje X positivo hacia Aine. Puesto que la cuerda es ligera, podemos despreciar su masa al calcular la posición del centro de masa. Inicialmente la coordenada del centro de masa es:

$$x_G=\frac{m_{Javier}x_{Javier}+m_{Aine}x_{Aine}}{m_{Javier}+m_{Aine}}=\frac{90\cdot(-10)+60\cdot 10}{90+60}=-2\ \mathrm{m}$$

Al moverse Javier 6 m hacia el tarro su nueva coordenada es -4. Como el centro de masa no se mueve tendremos:

$$x_G=\frac{m_{Javier}x'_{Javier}+m_{Aine}x'_{Aine}}{m_{Javier}+m_{Aine}}\Rightarrow -2=\frac{90\cdot(-4)+60\cdot x'_{Aine}}{90+60}\Rightarrow x'_{Aine}=1\ \mathrm{m}$$

Aine se encuentra a 1 m del tarro, luego se ha movido 9 m hacia él.

$$\underline{\Delta x_{Aine}=9\ \mathrm{m}}$$