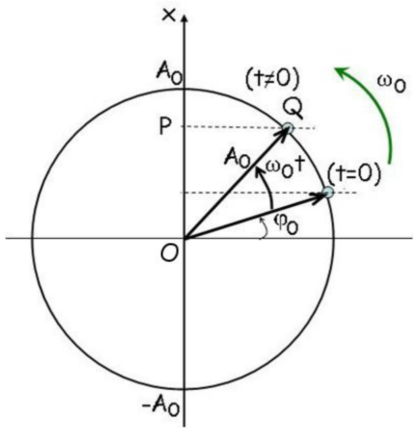
a) Las ecuaciones que describen el M.A.S. son susceptibles de una interpretación geométrica sencilla, por la cual se puede considerar un M.A.S. sobre una recta como la proyección sobre la misma de un movimiento circular uniforme. Esta representación resulta útil para describir muchas características del M.A.S. y, en particular, para dar un significado geométrico sencillo a la frecuencia angular ω_0 y a la constante de fase φ.



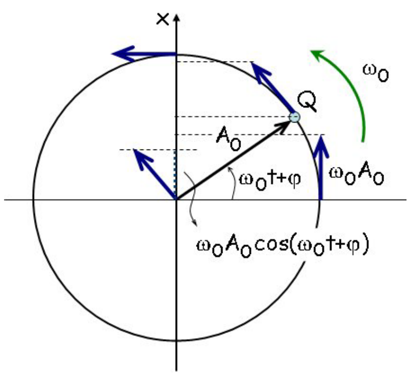
Podemos imaginar un M.A.S. como la proyección geométrica de un movimiento circular uniforme sobre uno de los diámetros de la circunferencia. Consideremos lo que aparece en la figura, en la cual el punto Q es un punto que se mueve sobre una trayectoria circular, de radio A_0, con una velocidad angular ω_0 constante. El punto P es la proyección ortogonal del punto Q sobre el diámetro vertical de la circunferencia. La posición del punto Q vendrá determinada en cada instante por el extremo del segmento rectilíneo **OQ**, de longitud A_0. Conforme el punto Q se mueve sobre la circunferencia, con velocidad angular ω_0 constante, dicho segmento gira con esa misma velocidad angular. El segmento rectilíneo **OQ** que gira recibe los nombres de vector rotatorio, rotor o fasor. Cuando el fasor **OQ** gira en el sentido indicado, el punto de referencia Q se mueve sobre la circunferencia de radio A_0 y el punto P lo hace sobre el diámetro vertical (x) con un movimiento de vaivén cuya amplitud es A_0 (esto es $-A_0 \leq x \leq A_0$). El movimiento del punto P es periódico. El tiempo que emplea el punto Q e completar una vuelta es el mismo que emplea el punto P en completar una oscilación. Por consiguiente, el período T de las oscilaciones es igual a $\frac{2\pi}{\omega_0}$. La frecuencia de las oscilaciones del punto P coincide con el número de vueltas que completa el punto Q en la unidad de tiempo, es decir, $\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega_0}{2\pi}$. Por último, la frecuencia angular de las oscilaciones de P coincide con la velocidad angular del punto Q. Hagamos que en el instante inicial (t=0) el fasor **OQ** forme un ángulo φ con el diámetro horizontal de la circunferencia. Al cabo de un cierto tiempo t dicho ángulo valdrá:

$$\theta=\omega_0 t+\varphi$$

y la elongación del punto P en ese instante:

$$x=A_0 \operatorname{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

de modo que el movimiento del punto P es un movimiento armónico simple. La fase $\omega_0 t+\varphi$ es, en esta representación, el ángulo que forma el fasor **OQ** con el diámetro de referencia (horizontal) en un instante dado.



En cuanto a la velocidad, para un movimiento circular y uniforme tendremos que es tangente a la circunferencia y sentido el de avance del móvil, y en módulo es igual a la velocidad angular por el radio, en nuestro caso:

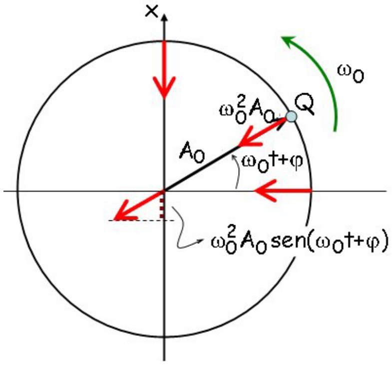
$$v=\omega_0 A_0$$

Si proyectamos dicho vector sobre el diámetro vertical, teniendo en cuenta que la velocidad es perpendicular al radio será:

$$v_x=A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t+\varphi)$$

lo cual corresponde también con la velocidad obtenida en el M.A.S.

Y por último vemos la aceleración. En un movimiento circular uniforme la componente tangencial es nula, ya que el módulo de la velocidad permanece constante, y por tanto tenemos sólo la componente normal, que nos da la variación de la dirección de la velocidad en el tiempo, y que vale:



$$a_n=\frac{v^2}{r}=\frac{(A_0\omega_0)^2}{A_0}=A_0\omega_0^2$$

Su dirección es la del radio de curvatura y su sentido es hacia el centro de curvatura. Así, si la proyectamos sobre el diámetro vertical tendremos:

$$a_x=-A_0\omega_0^2\mathrm{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

que es la aceleración de un movimiento armónico simple en esa dirección.

b) Tenemos la amplitud, que será la mitad del segmento A_0=4 cm y la aceleración máxima $a_{máx}$=48 m/s^2. Puesto que la aceleración es:

$$a=-A_0\omega_0^2\mathrm{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

dicha aceleración será máxima cuando el seno adquiera su valor máximo, que es la unidad. Tendremos entonces:

$$a_{máx}=A_0\omega_0^2 \Rightarrow 48=0{,}04\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0=34{,}641 \text{ rad/s}$$

Y ahora vamos a la velocidad, que será:

$$v=A_0\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi)$$

Y dicha velocidad será máxima cuando el coseno adquiera su valor máximo, es decir, la unidad:

$$v_{máx}=A_0\omega_0=0{,}04 \cdot 34{,}641=1{,}385 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_{máx}=1{,}385 \text{ m/s}}$$