a) Como nos dan la energía cinética podemos obtener su velocidad:

$$E_C=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0,25=\frac{1}{2}0,5v^2 \Rightarrow v=1\text{ m/s}$$

Y tenemos la frecuencia angular de la oscilación:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{18}{0,5}}=6\text{ rad/s}$$

Por tanto, la ecuación del movimiento será:

$$x=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

Y la velocidad:

$$v=A_0\omega_0\cos(\omega_o t+\varphi)$$

Aplicamos las dos condiciones iniciales:

$$t=0 \Rightarrow x=0,08\text{ m} \Rightarrow x=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow 0,08=A_0\text{sen}\varphi$$

$$t=0 \Rightarrow v=1\text{ m/s} \Rightarrow v=A_0\omega_0\cos(\omega_o t+\varphi) \Rightarrow 1=6A_0\cos\varphi$$

Y tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas. Dividiendo la primera entre la segunda:

$$\frac{0,08}{1}=\frac{\text{tg}\varphi}{6} \Rightarrow \text{tg}\varphi=0,48 \Rightarrow \varphi=0,448\text{ rad}$$

Y sustituyendo en cualquiera de las dos ecuaciones, por ejemplo, en la primera:

$$0,08=A_0\text{sen}\varphi \Rightarrow 0,08=A_0\text{sen}0,448 \Rightarrow A_0=0,1849\text{ m}$$

La ecuación del movimiento por tanto es:

$$x=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)=0,1849\text{sen}(6t+0,448)$$

$$\underline{x=0,1849\text{sen}(6t+0,448)}$$

b) La energía potencial se hace máxima cuando la elongación es máxima, es decir, cuando la posición coincide con la amplitud. Tendremos entonces:

$$x=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow A_0=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow \text{sen}(\omega_0 t+\varphi)=1 \Rightarrow$$
$$\omega_0 t+\varphi=\frac{\pi}{2} \Rightarrow 6t+0,448=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=0,187\text{ s}$$

$$\underline{t=0,187\text{ s}}$$

También podríamos haber puesto que si la energía potencial es máxima, la cinética es cero, de manera que la velocidad es nula (en los extremos de la oscilación el móvil se detiene). Operando del mismo modo tendríamos:

$$v=0 \Rightarrow A_0\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi)=0 \Rightarrow \cos(\omega_0 t+\varphi)=0 \Rightarrow \omega_0 t+\varphi=\frac{\pi}{2} \Rightarrow 6t+0,448=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=0,187\text{ s}$$

Y llegamos al mismo resultado.

c) Para un movimiento críticamente amortiguado tendremos que:

$$\beta_{critico}=\omega_0=6\text{ rad/s}$$

Puesto que el parámetro de amortiguamiento es el 2% de éste:

$$\beta=0,02\beta_{crítico}=0,02 \cdot 6=0,12\text{ rad/s}$$

El movimiento será subamortiguado y la ecuación será:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}(\omega' t+\varphi)$$

La frecuencia de la oscilación será ahora:

$$\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}=\sqrt{6^2-0,12^2}=5,999\text{ rad/s}$$

Y el período por tanto:

$$T'=\frac{2\pi}{\omega'}=\frac{2\pi}{5,999}=1,0474\text{ s}$$

La ecuación de la posición podemos escribirla:

$$x=A_0e^{-\beta t}\text{sen}(\omega' t+\varphi)=A\text{sen}(\omega' t+\varphi)$$

donde tendremos en cuenta que esa amplitud A no es constante, sino que disminuye exponencialmente con el tiempo:

$$A=A_0e^{-\beta t}$$

Y, por tanto, al cabo de cuatro oscilaciones la amplitud será:

$$A=A_0e^{-\beta t} \Rightarrow A_4=A_0e^{-\beta 4T'}=0{,}1849e^{-0{,}12 \cdot 4 \cdot 1{,}0474}=0{,}1118 \text{ m}$$

$$\underline{A_4=0{,}1118 \text{ m}}$$

d) Por último, la energía perdida en estas cuatro oscilaciones será:

$$E_{perdida}=E_{inicial}-E_{final}=\frac{1}{2}kA_0^2-\frac{1}{2}kA_4^2=\frac{1}{2}18\left(0{,}1849^2-0{,}1118^2\right)=0{,}195 \text{ J}$$

$$\underline{E_{perdida}=0{,}195 \text{ J}}$$