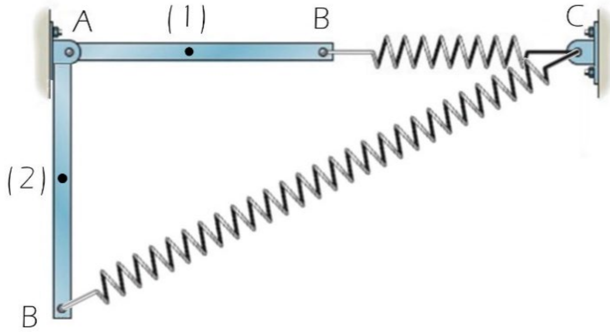
a) Determinamos el momento de inercia respecto del centro de masas:

$$I_{CM}=\frac{1}{12}mL^2=\frac{1}{12}10\cdot 1{,}5^2=1{,}875\ kgm^2$$

Y lo determinamos también con respecto a un eje que pasa por A, ya que A es un punto fijo y podemos usar también ese punto para resolver el problema (dos formas diferentes de llegar al mismo sitio). Aplicando Steiner:

$$I_A=I_{CM}+md^2=1{,}875+10\cdot 0{,}75^2=7{,}5\ kgm^2$$



Para calcular la constante del resorte aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre la situación inicial, con la barra horizontal (1) y la situación final, con la barra vertical (2). En ambos casos la energía cinética será nula ya que la barra parte del reposo y se detiene en la vertical. Tendremos lo que aparece en la figura, siendo el alargamiento del resorte en la posición 1 nula y en la posición 2:

$$x_2=l_{BC}-l_0=\sqrt{1{,}5^2+3^2}-1{,}5=1{,}854\ m$$

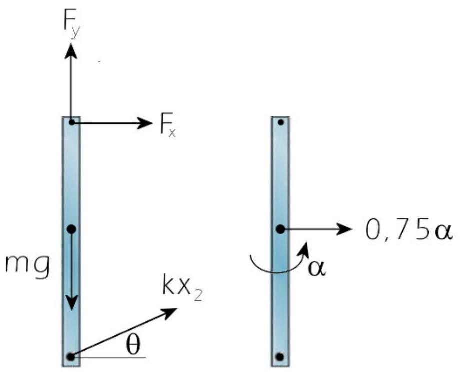
$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_{kx}+W_{F_A}=\Delta E_C \Rightarrow mg(h_1-h_2)+\frac{1}{2}k\left(x_1^2-x_2^2\right)=0$$

$$10\cdot 9{,}8\cdot 0{,}75-\frac{1}{2}k\cdot 1{,}854^2=0 \Rightarrow k=42{,}761\ N/m$$

$$\underline{k=42{,}761\ N/m}$$

b) Vamos a hacer el diagrama de solido libre de la barra en la posición vertical. Necesitaremos el ángulo θ que forma el resorte con la horizontal, que será:

$$tg\theta=\frac{1{,}5}{3}=0{,}5 \Rightarrow \theta=26{,}565^{o}$$



Tendremos en cuanto a fuerzas el peso, la reacción del pasador y la del resorte. En cuanto a aceleraciones, tendremos la aceleración angular, de sentido antihorario, ya que la barra comenzará a volver hacia arriba, y la aceleración lineal del centro de masas. Como el centro de masas realiza un movimiento circular de 0,75 m de radio, sus componentes, en intrínsecas, serán:

$$a_n=\frac{v_{CM}^2}{r}=0\ \text{(en ese momento la barra se detiene, } v_{CM}=0)$$

$$a_t=\frac{dv_{CM}}{dt}=\frac{d(\omega r)}{dt}=r\frac{d\omega}{dt}=r\alpha=0{,}75\alpha$$

Nos queda por tanto lo que aparece en la figura. Si tomamos momentos respecto de A, que es un punto fijo, podemos obtener mediante una sola ecuación la aceleración angular:

$$\Sigma M_A=I_A\alpha \Rightarrow kx_2\cos\theta\cdot 1{,}5=I_A\alpha \Rightarrow 42{,}761\cdot 1{,}854\cdot 1{,}5\cos 26{,}565^{o}=7{,}5\alpha \Rightarrow \alpha=14{,}182\ rad/s^2$$

$$\underline{\alpha=14{,}182\ rad/s^2}$$

c) Y ahora de las ecuaciones de fuerzas:

$$\Sigma F_x=m(a_{CM})_x \Rightarrow F_x+kx_2\cos\theta=m0{,}75\alpha \Rightarrow F_x+42{,}761 \cdot 1{,}854\cos 26{,}565^o=10 \cdot 0{,}75 \cdot 14{,}182 \Rightarrow$$
$$F_x=35{,}456 \text{ N}$$
$$\underline{F_x=35{,}456 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y=m(a_{CM})_y \Rightarrow F_y+kx_2\text{sen}\theta-mg=0 \Rightarrow F_y+42{,}761 \cdot 1{,}854\text{sen}26{,}565^o-10 \cdot 9{,}8=0 \Rightarrow$$
$$F_y=62{,}546 \text{ N}$$
$$\underline{F_y=62{,}546 \text{ N}}$$

b, c) Si utilizamos el centro de masas tenemos las incógnitas mezcladas, pero obtendríamos el mismo resultado. Nos quedarían las ecuaciones:

$$\Sigma F_x=m(a_{CM})_x \Rightarrow F_x+kx_2\cos\theta=m0{,}75\alpha \Rightarrow F_x+42{,}761 \cdot 1{,}854\cos 26{,}565^o=10 \cdot 0{,}75\alpha \Rightarrow$$
$$F_x+70{,}909=7{,}5\alpha$$
$$\Sigma F_y=m(a_{CM})_y \Rightarrow F_y+kx_2\text{sen}\theta-mg=0 \Rightarrow F_y+42{,}761 \cdot 1{,}854\text{sen}26{,}565^o-10 \cdot 9{,}8=0 \Rightarrow$$
$$F_y=62{,}546 \text{ N}$$
$$\underline{F_y=62{,}546 \text{ N}}$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow kx_2\cos\theta \cdot 0{,}75-F_x \cdot 0{,}75=I_{CM}\alpha \Rightarrow$$
$$42{,}761 \cdot 1{,}854 \cos 26{,}565^o \cdot 0{,}75-F_x \cdot 0{,}75=1{,}875\alpha$$
$$53{,}182-0{,}75F_x=1{,}875\alpha$$

Nos queda un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$F_x+70{,}909=7{,}5\alpha$$
$$53{,}182-0{,}75F_x=1{,}875\alpha$$

De la primera ecuación:

$$F_x+70{,}909=7{,}5\alpha \Rightarrow F_x=7{,}5\alpha-70{,}909$$

Y sustituyendo en la segunda:

$$53{,}182-0{,}75F_x=1{,}875\alpha \Rightarrow 53{,}182-0{,}75(7{,}5\alpha-70{,}909)=1{,}875\alpha$$
$$53{,}182-5{,}625\alpha+53{,}182=1{,}875\alpha \Rightarrow \alpha=14{,}182 \text{ rad/s}^2$$
$$\underline{\alpha=14{,}182 \text{ rad/s}^2}$$

Y la fuerza que nos queda:

$$F_x=7{,}5\alpha-70{,}909=7{,}5 \cdot 14{,}182-70{,}909=35{,}456 \text{ N}$$
$$\underline{F_x=35{,}456 \text{ N}}$$