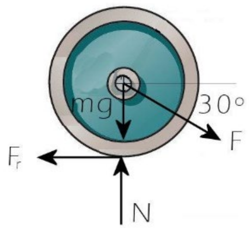
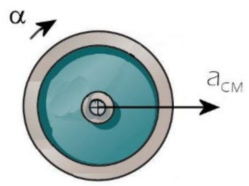
a) El momento de inercia respecto del centro de masas será:

$$I_{CM}=\frac{1}{2}mr^2=\frac{1}{2}50\cdot 0{,}50^2=6{,}25\ \text{kgm}^2$$





Suponemos que el cilindro rueda sin deslizar, de manera que la fuerza de rozamiento es inferior a la máxima ($F_r\leq\mu N$) y la aceleración del centro de masas será $a_{CM}=\alpha r=0{,}50\alpha$. Hacemos el diagrama de fuerzas y el de aceleraciones, y aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_x=m(a_{CM})_x \Rightarrow F\cos 30^o-F_r=ma_{CM}$$

$$500\cos 30^o-F_r=50\cdot 0{,}50\alpha$$

$$\Sigma F_y=m(a_{CM})_y \Rightarrow N-mg-F\text{sen}30^o=0 \Rightarrow N-50\cdot 9{,}8-500\text{sen}30^o=0$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r r=I_{CM}\alpha \Rightarrow 0{,}5F_r=6{,}25\alpha$$

Y tenemos un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas:

$$500\cos 30^o-F_r=50\cdot 0{,}50\alpha \Rightarrow 433{,}013-F_r=25\alpha$$

$$N-50\cdot 9{,}8-500\text{sen}30^o=0 \Rightarrow N=740\ \text{N}$$

$$0{,}5F_r=6{,}25\alpha \Rightarrow F_r=12{,}5\alpha$$

Como tenemos la normal nos quedan dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$433{,}013-F_r=25\alpha$$

$$F_r=12{,}5\alpha$$

Sustituyendo la segunda en la primera:

$$433{,}013-F_r=25\alpha \Rightarrow 433{,}013-12{,}5\alpha=25\alpha \Rightarrow \alpha=11{,}547\ \text{rad/s}^2$$

$$F_r=12{,}5\alpha=12{,}5\cdot 11{,}547=144{,}338\ \text{N}$$

Comprobamos si rueda sin deslizar:

$$F_r\leq\mu N \Rightarrow 144{,}338\leq 0{,}25\cdot 740 \Rightarrow 144{,}338\leq 185$$

Vemos que esto es cierto luego la suposición que hemos hecho es correcta, el disco rueda sin deslizar y por tanto:

$$\underline{F_r=144{,}338\ \text{N}}$$

b) Ahora tenemos que F=900 N. Partimos de lo mismo, de modo que las ecuaciones son las mismas, pero sustituyendo F por el nuevo valor:

$$\Sigma F_x=m(a_{CM})_x \Rightarrow F\cos 30^o-F_r=ma_{CM} \Rightarrow 900\cos 30^o-F_r=50\cdot 0{,}50\alpha \Rightarrow 779{,}423-F_r=25\alpha$$

$$\Sigma F_y=m(a_{CM})_y \Rightarrow N-mg-F\text{sen}30^o=0 \Rightarrow N-50\cdot 9{,}8-900\text{sen}30^o=0 \Rightarrow N=940\ \text{N}$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r r=I_{CM}\alpha \Rightarrow 0{,}5F_r=6{,}25\alpha \Rightarrow F_r=12{,}5\alpha$$

Y tenemos el sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$779{,}423-F_r=25\alpha$$

$$F_r=12{,}5\alpha$$

Y resolviendo como antes:

$$779{,}423-F_r=25\alpha \Rightarrow 779{,}423-12{,}5\alpha=25\alpha \Rightarrow \alpha=20{,}785\ \text{rad/s}^2 \Rightarrow F_r=12{,}5\alpha=12{,}5\cdot 20{,}785=259{,}808\ \text{N}$$

Comprobamos que efectivamente rueda sin deslizar:

$$F_r\leq\mu N \Rightarrow 259{,}808\leq 0{,}25\cdot 940 \Rightarrow 259{,}808\leq 235$$

Vemos que no es cierto, luego el cilindro rueda deslizando. Tendremos entonces que la fuerza de rozamiento es la máxima, $F_r=235$ N y las aceleraciones a_{CM} y α son independientes, de manera que nos quedarían las ecuaciones:

$$\Sigma F_x=m(a_{CM})_x \Rightarrow F\cos 30^o-F_r=ma_{CM} \Rightarrow 900\cos 30^o-235=50a_{CM} \Rightarrow a_{CM}=10{,}888\ \text{m/s}^2$$

$$\underline{a_{CM}=10{,}888\ \text{m/s}^2}$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r r=I_{CM}\alpha \Rightarrow 0{,}5\cdot 235=6{,}25\alpha \Rightarrow \alpha=18{,}8\ \text{rad/s}^2$$

$$\underline{\alpha=18{,}8\ \text{rad/s}^2}$$