



Tenemos dos sistemas de referencia, uno fijo OXYZ (triedro fijo), y otro móvil O'X'Y'Z' (triedro móvil) cuyo movimiento es tanto de traslación como de rotación. Una partícula P, por tanto, estará referenciada por el vector de posición  $\mathbf{r}_P$  respecto del triedro fijo, y el extremo de dicho vector describirá a lo largo del tiempo una curva respecto de dicho triedro, llamada trayectoria absoluta. Las derivadas de este vector de posición  $\frac{d\mathbf{r}_P}{dt}$  y  $\frac{d^2\mathbf{r}_P}{dt^2}$  son la velocidad y la aceleración absolutas

respectivamente.

Si referimos la posición de la partícula P al sistema de referencia móvil, el vector de posición será  $\mathbf{r}' = x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}'$ , cuyo extremo describirá a lo largo del tiempo una curva respecto del triedro móvil, llamada trayectoria relativa. Las derivadas  $\frac{d\mathbf{r}'}{dt}$  y  $\frac{d^2\mathbf{r}'}{dt^2}$  son la velocidad y la aceleración relativas respectivamente.

Por último, si la partícula P estuviera en reposo en el sistema móvil, entonces, respecto al sistema fijo dicha partícula describiría una trayectoria que llamaremos trayectoria de arrastre, y que vendrá dada por el movimiento del triedro móvil respecto del fijo, es decir, por  $\mathbf{r}_{O'}$ . La velocidad y aceleración de dicha partícula respecto al sistema móvil son la velocidad y aceleración de arrastre respectivamente, y coinciden obviamente con la velocidad y aceleración del sistema móvil. Así, podemos ver en el gráfico que:

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{O'} + \mathbf{r}' = \mathbf{r}_{O'} + x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}'$$

Tendremos en esta ecuación:

- $\mathbf{r}_P \rightarrow$  trayectoria absoluta
- $\mathbf{r}_{O'} \rightarrow$  trayectoria de arrastre
- $x'\mathbf{i}' + y'\mathbf{j}' + z'\mathbf{k}' \rightarrow$  trayectoria relativa

A partir de esta expresión, y por derivación, llegaremos a la ecuación de velocidades, que nos queda:

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_{O'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}' + \mathbf{v}_{rel}$$

Donde tendremos los términos:

- $\mathbf{v}_P \rightarrow$  velocidad absoluta de la partícula respecto del sistema fijo
- $\mathbf{v}_{O'} \rightarrow$  velocidad del origen móvil respecto del fijo (arrastre de traslación)
- $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}' \rightarrow$  velocidad de arrastre debida a la rotación
- $\mathbf{v}_{rel} \rightarrow$  velocidad relativa de la partícula respecto del sistema móvil

El término  $\mathbf{v}_{O'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$  constituye la velocidad de arrastre total ( $\mathbf{v}_{arrastre} = \mathbf{v}_{O'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'$ ), y podemos escribir la velocidad en la forma:

$$\mathbf{v}_P = \mathbf{v}_{O'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}' + \mathbf{v}_{rel} = \mathbf{v}_{arrastre} + \mathbf{v}_{rel}$$