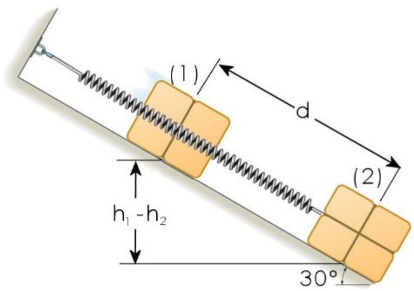


a) Aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre la posición inicial (1), la de la imagen del enunciado, y la final (2), en que el paquete se detiene después de haberse movido una distancia d. Tendremos:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_N+W_{Fr}+W_{kx}=\Delta E_C$$

$$mg(h_1-h_2)+\mathbf{F_r}\cdot\ \mathbf{x}+\frac{1}{2}k\left(x_1^2-x_2^2\right)=-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$mgdsen30^{o}+\mu mgcos30^{o}dcos180^{o}-\frac{1}{2}kx_2^2=-\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$40\cdot 9{,}8dsen30^{o}-0{,}6\cdot 40\cdot 9{,}8cos30^{o}d-\frac{1}{2}200\cdot d^2=-\frac{1}{2}40\cdot 4^2 \Rightarrow 100d^2+7{,}689d-320=0$$

$$d=\frac{-7{,}689\pm\sqrt{7{,}689^2+4\cdot 100\cdot 320}}{2\cdot 200}=1{,}751\ m$$

<u>d=1,751 m</u>

b) Para este disco el momento de inercia vale:

$$I_{CM}=\frac{1}{2}mR^2=\frac{1}{2}40\cdot\ 0{,}3^2=1{,}8\ kgm^2$$

Inicialmente suponemos que el disco rueda sin deslizar, suposición que comprobaremos en el apartado siguiente. Hacemos lo mismo, aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre las dos mismas posiciones. La diferencia ahora está en que hay que tener en cuenta la energía cinética de traslación y la de rotación y que la fuerza de rozamiento a la rodadura no disipa energía. Teniendo en cuenta que el cilindro rueda sin deslizar la relación entre la velocidad del centro de la rueda (que coincide con el centro de masas) y la velocidad angular es:

$$v_{CM}=\omega R \Rightarrow 4=0{,}3\omega \Rightarrow \omega=13{,}333\ rad/s$$

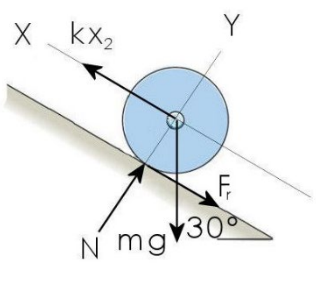
Aplicando el teorema de las fuerzas vivas como en el apartado anterior:

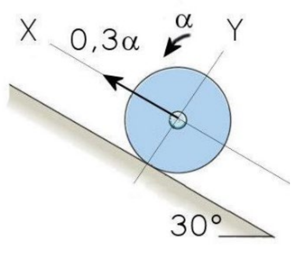
$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_N+W_{Fr}+W_{kx}=\Delta E_C \Rightarrow mg(h_1-h_2)+\frac{1}{2}k\left(x_1^2-x_2^2\right)=-\frac{1}{2}mv_1^2-\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$$

$$40\cdot 9{,}8dsen30^{o}-\frac{1}{2}200\cdot d^2=-\frac{1}{2}40\cdot 4^2-\frac{1}{2}1{,}8\cdot\ 13{,}333^2 \Rightarrow 100d^2-196d-480=0$$

$$d=\frac{196\pm\sqrt{196^2+4\cdot 100\cdot\ 480}}{2\cdot\ 200}=3{,}380\ m$$

<u>d=3,380 m</u>





c) Hacemos el diagrama de fuerzas en esta posición, donde sabemos ya que el resorte está estirado 3,38 m. Además, suponiendo que el disco rueda sin deslizar, tendremos que la aceleración del centro de la rueda (que coincide con el centro de masas) vale:

$$a_{CM}=\alpha R=0{,}3\alpha$$

Tendremos lo que aparece en la figura. Aplicando la segunda ley de Newton:

$\Sigma F_x=ma_x \Rightarrow kx_2-mgsen30^{o}-F_r=m0{,}3\alpha \Rightarrow 200\cdot\ 3{,}38-40\cdot 9{,}8sen30^{o}-F_r=40\cdot 0{,}3\alpha \Rightarrow 480{,}017-F_r=12\alpha$

$$\Sigma F_y=ma_y \Rightarrow N-mgcos30^{o}=0 \Rightarrow N=mgcos30^{o}=40\cdot 9{,}8cos30^{o}=339{,}482\ N$$

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha \Rightarrow F_rR=I_{CM}\alpha \Rightarrow 0{,}3F_r=1{,}8\alpha \Rightarrow F_r=6\alpha$$

Sustituyendo la tercera expresión en la primera:

$$480{,}017-F_r=12\alpha \Rightarrow 480{,}017-6\alpha=12\alpha \Rightarrow \alpha=26{,}667 \text{ rad/s}^2$$

Ahora la fuerza de rozamiento será:

$$F_r=6\alpha=6 \cdot 26{,}667=160 \text{ N}$$

Comprobamos que el cilindro rueda sin deslizar:

$$F_r<\mu N \Rightarrow 160<0{,}6 \cdot 339{,}482 \Rightarrow 160<203{,}689$$

Vemos que esto es cierto luego el cilindro rueda sin deslizar y las soluciones son:

$$\underline{\alpha=26{,}667 \text{ rad/s}^2}$$

$$\underline{F_r=160 \text{ N}}$$

d) Puesto que el movimiento del centro de masas del cilindro es rectilíneo, si la velocidad es máxima la aceleración tangencial (que es la única que tiene el centro de masas) es nula, de modo que:

$$a_{CM}=0 \Rightarrow \alpha R=0 \Rightarrow \alpha=0$$

Y por tanto de la ecuación de momentos:

$$\Sigma M_{CM}=I_{CM}\alpha=0 \Rightarrow F_r R=0 \Rightarrow F_r=0$$

$$\underline{F_r=0}$$

Y de la ecuación del eje X:

$$\Sigma F_x=ma_x \Rightarrow kx-mg\,\text{sen}30º=0 \Rightarrow 200x-40 \cdot 9{,}8\,\text{sen}30º=0 \Rightarrow x=0{,}98 \text{ m}$$

$$\underline{x=0{,}98 \text{ m}}$$