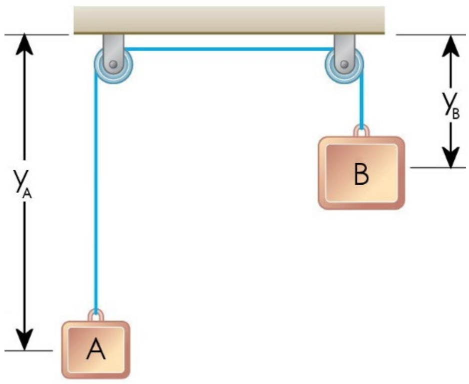


a) Es obvio que las aceleraciones de los dos bloques tienen que ser iguales, pero en cualquier caso puede obtenerse derivando dos veces respecto del tiempo la expresión de la longitud de la cuerda que une los bloques A y B. Denominaremos y_A a la posición en cada instante del bloque A, e y_B a la posición en cada instante del bloque B respecto de un origen fijo. De acuerdo con esto tendremos que:

$$\frac{dy_A}{dt}=-v_A; \quad \frac{dy_B}{dt}=v_B$$

Además, como el sistema parte del reposo, los movimientos tienen que ser acelerados (el módulo de la velocidad debe aumentar) luego:

$$\frac{dv_A}{dt}=a_A; \quad \frac{dv_B}{dt}=a_B$$

Así, tendremos que la longitud de la cuerda que une los dos bloques podemos expresarla como:

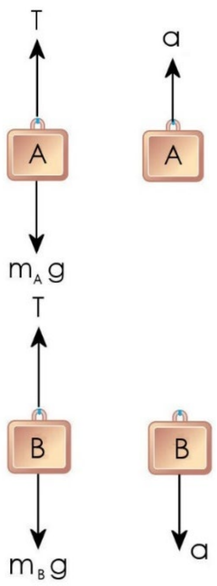
$$L=y_A+y_B+ctes$$

Derivando respecto del tiempo (y teniendo en cuenta que la longitud de la cuerda es constante):

$$0=\frac{dy_A}{dt}+\frac{dy_B}{dt} \Rightarrow 0=-v_A+v_B$$

Y derivando otra vez respecto del tiempo:

$$0=-\frac{dv_A}{dt}+\frac{dy_B}{dt} \Rightarrow 0=-a_A+a_B \Rightarrow a_A=a_B=a$$



Hacemos el diagrama de sólido libre de los dos bloques. Sabemos que el bloque A sube y el B baja. Para el bloque A tendremos:

$$\Sigma F_Y=m_Aa_A \Rightarrow T-m_Ag=m_Aa \Rightarrow T-5 \cdot 9,8=5a \Rightarrow T-49=5a$$

Hacemos lo mismo para el bloque B y tendremos:

$$\Sigma F_Y=m_Ba_B \Rightarrow m_Bg-T=m_Ba \Rightarrow 6 \cdot 9,8-T=6a \Rightarrow 58,8-T=6a$$

Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas (a y T). De la primera ecuación:

$$T-49=5a \Rightarrow 0,2T-9,8=a$$

Y sustituyendo esta aceleración en la segunda:

$$58,8-T=6a \Rightarrow 58,8-T=6(0,2T-9,8) \Rightarrow 58,8-T=1,2T-58,8$$

$$\underline{T=53,45\ N}$$

Y La aceleración de los bloques es:

$$a=0,2T-9,8=0,2 \cdot 53,45-9,8=0,89\ m/s^2$$

$$\underline{a=0,89\ m/s^2}$$

b) Teniendo en cuenta que todas las fuerzas son constantes, la aceleración también es constante y el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado; partimos del reposo y el bloque A recorre 1,7 m hasta chocar con el aro C, luego podemos poner:

$$y_A=y_{0A}+v_{0A}t+\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow 1,7=\frac{1}{2}0,89t^2 \Rightarrow t=1,955\ s$$

$$\underline{t=1,955\ s}$$

c) Conocido el tiempo y la aceleración, podemos determinar la velocidad del bloque A cuando choca con C:

$$v_A=v_{0A}+at=0{,}89 \cdot 1{,}955=1{,}740 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_A=1{,}740 \text{ m/s}}$$

Podemos aplicar también la conservación de la energía al sistema (A+B). Inicialmente tenemos los dos bloques en reposo; al final, inmediatamente antes de chocar A con C, tendremos los dos bloques A y B moviéndose con una velocidad v que queremos calcular. Hay que tener en cuenta que el bloque A asciende una distancia 1,7 m, que es lo mismo que el bloque B desciende. Así pues, aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow -(m_A)gd+m_Bgd=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2$$

$$(m_B-m_A)gd=\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2 \Rightarrow (6-5) \cdot 9{,}8.1{,}7=\frac{1}{2}(5+6) \cdot v^2 \Rightarrow v=1{,}740 \text{ m}$$

$$\underline{v=1{,}740 \text{ m}}$$

d) A continuación se produce un choque inelástico entre el bloque A y el aro C. Teniendo en cuenta que en un choque se conserva la cantidad de movimiento del sistema completo (los bloques A y B se mueven con la misma velocidad antes del choque, $v_A=v_B=v$, y los bloques A, B y C se mueven con la misma velocidad después del choque, $v'_A=v'_B= v'_C=v'$):

$$m_Av_A+m_Bv_B=(m_A+m_B+m_C)v' \Rightarrow (m_A+m_B)v=(m_A+m_B+m_C)v' \Rightarrow (5+6) \cdot 1{,}74=(5+6+3)v'$$

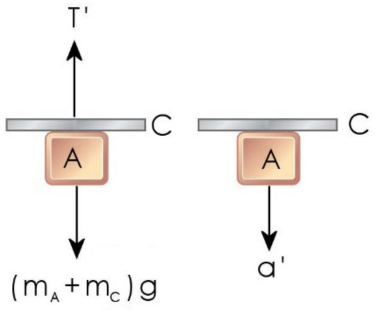
$$\underline{v'=1{,}368 \text{ m/s}}$$

e) Ahora podemos aplicar la conservación de la energía al sistema total (A+B+C). Inicialmente tenemos los tres bloques moviéndose con una velocidad v'; al final, tendremos los tres bloques en reposo, y habrá que tener en cuenta que los bloques A y C ascienden una distancia h mientras que el bloque B desciende esa misma distancia h. Así pues, aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow -(m_A+m_C)gh+m_Bgh=-\frac{1}{2}(m_A+m_B+m_C)v'^2$$

$$(m_A+m_C-m_B)gh=\frac{1}{2}(m_A+m_B+m_C)v'^2 \Rightarrow (5+3-6) \cdot 9{,}8h=\frac{1}{2}(5+6+3) \cdot 1{,}368^2 \Rightarrow h=0{,}668 \text{ m}$$

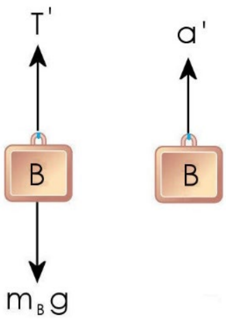
$$\underline{h=0{,}668 \text{ m}}$$



También podríamos hacerlo por fuerzas. Después del choque hacemos los diagramas de sólido libre de los bloques, teniendo en cuenta que los bloques A y C se moverán hacia arriba con una aceleración a' mientras que el bloque B se moverá hacia abajo con esa misma aceleración, y que además el sistema está ahora decelerando. Además, ahora a la tensión la denominaremos T'. Tendremos pues que para los bloques A y C:

$$\Sigma F_Y=(m_A+m_C)a' \Rightarrow (m_A+m_C)g-T'=(m_A+m_C)a'$$

$$(5+3) \cdot 9{,}8-T'=(5+3)a' \Rightarrow 78{,}4-T'=8a'$$



Hacemos también el diagrama de sólido libre del bloque B y nos queda:

$\Sigma F_y = m_B a' \Rightarrow T' - m_B g = m_B a' \Rightarrow T' - 6 \cdot 9{,}8 = 6a' \Rightarrow T' - 58{,}8 = 6a'$

Sumando las dos ecuaciones que hemos obtenido:

$$78{,}4 - 58{,}8 = 14a' \Rightarrow a' = 1{,}4 \text{ m/s}^2$$

Ahora, teniendo en cuenta que el movimiento es rectilíneo, uniformemente acelerado, que la velocidad inicial de los bloques es de 1,368 m/s y que la final es cero, tendremos que para la velocidad:

$v = v_0 + a't \Rightarrow 0 = 1{,}368 - 1{,}4t \Rightarrow t = 0{,}977 \text{ s}$

Y de la ecuación del espacio:

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a't^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}1{,}4 \cdot 0{,}977^2 = 0{,}668 \text{ m}$$

Se obtiene exactamente el mismo resultado a través de los dos métodos.

f) Al volver a moverse el sistema en sentido contrario (ya que A+C tiene mayor masa que B), el bloque A y el aro C descenderán juntos la distancia h con movimiento inverso al anterior, de modo que al llegar al tope en que el aro se deposita, llegarán con una velocidad conjunta de 1,368 m/s. En ese punto, el aro queda depositado y el bloque A sigue bajando a la vez que el bloque B sube. Podemos aplicar el teorema de las fuerzas vivas, siendo la posición inicial justo después de depositarse el aro C, instante en que los dos bloques (A y B) se mueven con una velocidad de 1,368 m/s; al final del ciclo, el bloque A habrá descendido una distancia y, exactamente la misma que habrá ascendido el bloque B, y en ese instante ambos bloques se detienen. Para estos bloques, por tanto:

$$W_{12} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg} = \Delta E_C \Rightarrow m_A gy - m_B gy = -\frac{1}{2}(m_A + m_B)v^2 \Rightarrow (m_B - m_A)gy = \frac{1}{2}(m_A + m_B)v^2$$

$$(6-5)9{,}8y = \frac{1}{2}(6+5)1{,}368^2 \Rightarrow y = 1{,}05 \text{ m}$$

$$\underline{y = 1{,}05 \text{ m}}$$

Igual que antes podemos resolver este apartado también por dinámica. Después de depositarse el aro C el movimiento de los bloques A y B pasaría a ser como al principio, es decir, rectilíneo uniformemente acelerado, y la aceleración será de nuevo la del principio puesto que las fuerzas serán las mismas. La diferencia es que ahora, al bajar, los bloques parten con una velocidad inicial de 1,368 m/s que irá disminuyendo hasta detenerse con una aceleración de 0,89 m/s^2. Como el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado tendremos:

$$v_f = v_0 + at \Rightarrow 0 = 1{,}368 - 0{,}89t \Rightarrow t = 1{,}537 \text{ s}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a't^2 \Rightarrow 0 = y - 1{,}368 \cdot 1{,}537 + \frac{1}{2}0{,}89 \cdot 1{,}537^2 \Rightarrow y = 1{,}05 \text{ m}$$

Resultado que es idéntico al anterior.