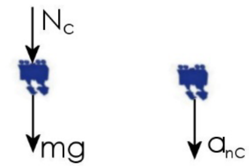
a) En el punto C se ha recorrido un arco de 100 m, de modo que el radio de curvatura en ese instante será:

$$r_C s_C=2500 \Rightarrow 100r_C=2500 \Rightarrow r_C=25\text{ m}$$



Hacemos el diagrama de sólido libre de la vagoneta en el punto C, donde para que haya contacto la normal debe ser positiva. Tendremos entonces que aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_n=ma_{nC} \Rightarrow N_C+mg=m\frac{v_C^2}{r_C} \Rightarrow N_C=m\frac{v_C^2}{r_C}-mg$$

$$N_C>0 \Rightarrow m\frac{v_C^2}{r_C}-mg>0 \Rightarrow v_C^2>gr_C$$

Ahora aplicamos el teorema del trabajo-energía cinética entre la posición A, donde la altura es de 29 m, y la posición C, en el rizo, donde la altura es de 36 m:

$$W_{A\to C}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_N=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow$$

$$mg(h_A-h_C)=\frac{1}{2}mv_C^2-\frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow v_C^2=2g(h_A-h_C)+v_A^2$$

Teniendo en cuenta lo obtenido de la segunda ley de Newton:

$$v_C^2>gr_C \Rightarrow 2g(h_A-h_C)+v_A^2>gr_C \Rightarrow v_A>\sqrt{gr_C-2g(h_A-h_C)}$$

$$v_A>\sqrt{9{,}8\cdot 25-2\cdot 9{,}8(29-36)} \Rightarrow v_A>19{,}550\text{ m/s}$$

Por tanto la mínima velocidad que puede llevar el carro en el punto A es justamente esa:

$$\underline{v_A=19{,}550\text{ m/s}}$$

b) Para determinar la velocidad de la vagoneta en el punto B aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre A y B y nos queda:

$$W_{A\to B}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_N=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow$$

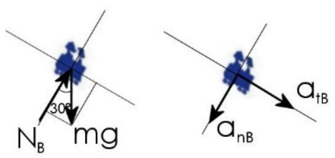
$$mg(h_A-h_B)=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow v_B^2=2g(h_A-h_B)+v_A^2=$$

$$v_B^2=2g(h_A-h_B)+v_A^2=2\cdot 9{,}8(29-25)+19{,}550^2=460{,}6\text{ m}^2/\text{s}^2$$

Con esto ya tendríamos la aceleración normal:

$$a_{nB}=\frac{v_B^2}{r_B}=\frac{460{,}6}{85}=5{,}419\text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_{nB}=5{,}419\text{ m/s}^2}$$



Para la aceleración tangencial realizamos el diagrama de fuerzas de la vagoneta en el punto B y aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_t=ma_t \Rightarrow mg\,\text{sen}30º=ma_{tB}$$

$$a_{tB}=g\,\text{sen}30º=9{,}8\,\text{sen}30º=4{,}9\text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_{tB}=4{,}9\text{ m/s}^2}$$

c) Puesto que se trata de movimiento amortiguado la amplitud disminuye exponencialmente con el tiempo, es decir:

$$A=A_0e^{-\beta t}$$

Sabemos que al cabo de tres oscilaciones la amplitud se ha reducido a la diezmilésima parte, habiéndose invertido para ello un tiempo de tres períodos:

$$A=A_0e^{-\beta t}\Rightarrow \frac{A_0}{10000}=A_0e^{-3\beta T'}\Rightarrow \ln\frac{1}{10000}=-3\beta T'\Rightarrow \beta T'=3{,}0701\Rightarrow T'=\frac{3{,}0701}{\beta}$$

Y por otro lado, la frecuencia de la oscilación amortiguada será:

$$\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}$$

La frecuencia natural de la oscilación es:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow \omega_0^2=\frac{k}{m}=\frac{49000}{490}=100\ \mathrm{rad}^2/\mathrm{s}^2$$

Por tanto nos queda la ecuación:

$$\omega'=\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}\Rightarrow \frac{2\pi}{T'}=\sqrt{100-\beta^2}\Rightarrow \frac{2\pi\beta}{3{,}0701}=\sqrt{100-\beta^2}\Rightarrow 4{,}188\beta^2=100-\beta^2\Rightarrow \beta=4{,}390\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$\underline{\beta=4{,}390\ \mathrm{s}^{-1}}$$