a) En el caso del movimiento de cuerpos extensos, es necesario analizar no sólo la fuerza o fuerzas netas, sino los momentos de las fuerzas. Estos están relacionados con la eficacia de una fuerza para causar o alterar un movimiento de rotación: la medida cuantitativa de la capacidad de una fuerza para causar o alterar un movimiento de rotación viene dada por el momento de la fuerza con respecto al eje de rotación. El momento de una fuerza el producto vectorial del vector de posición (respecto del centro de momentos) por la fuerza:

$$\mathbf{M}=\mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

Como cualquier producto vectorial, su módulo será:

$$M=rF\mathrm{sen}\theta$$

siendo θ el ángulo que forman los dos vectores implicados, es decir, la fuerza y el vector de posición. Así, podemos decir que el momento de la fuerza depende de la magnitud de la fuerza (F), de la posición del punto de aplicación de la fuerza respecto al lugar donde se considera su efecto (r), y de la dirección en que se aplica la fuerza (θ).

A partir de la ecuación de la rotación del sólido rígido, $M=I\alpha$, se tiene un nuevo principio de conservación, ya que si la rotación es en torno a un eje principal de inercia:

$$\mathbf{M}=0 \Rightarrow \mathbf{L}=\text{cte} \Rightarrow \mathbf{L}=I\boldsymbol{\omega}=\text{cte}$$

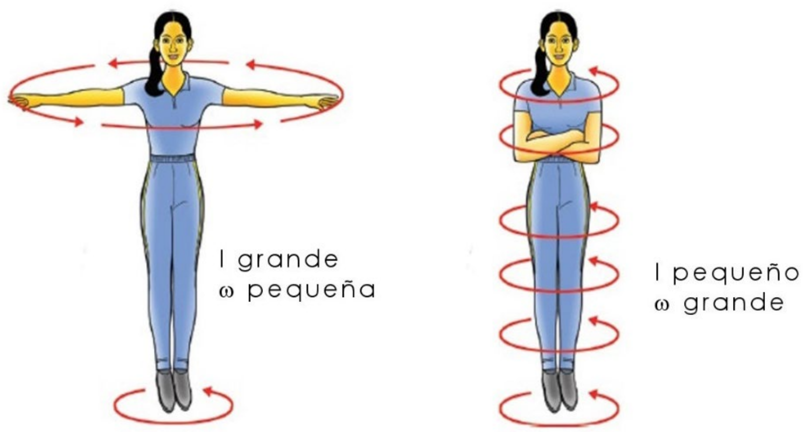
De modo que podemos decir que, si el momento de las fuerzas exteriores es nulo, el momento angular se mantiene constante. Si el sólido es indeformable, su momento de inercia será constante y consecuentemente también lo será la velocidad angular:

$$I\boldsymbol{\omega}=\text{cte} \Rightarrow \boldsymbol{\omega}=\text{cte}$$

Esto es, un sólido rígido que gira libremente (sin la intervención de momentos externos) alrededor de un eje principal de inercia tendrá una velocidad angular constante. Este enunciado puede considerarse como la ley de inercia para el movimiento de rotación.

Si el cuerpo no es rígido, sino deformable, es posible que cambie el valor del momento de inercia al variar la posición de las diversas partes del cuerpo con respecto al eje de rotación. Entonces, si $I\boldsymbol{\omega}=\text{cte}$, se deduce que si el momento de inercia aumenta la velocidad angular debe disminuir y viceversa, de modo que el producto $I\boldsymbol{\omega}$ permanezca constante.

$$\mathbf{L}=\text{cte}=I\boldsymbol{\omega}=\text{cte} \Rightarrow I_1\boldsymbol{\omega}_1=I_2\boldsymbol{\omega}_2$$



Los acróbatas, bailarines de ballet, saltadores de trampolín, patinadores sobre hielo… utilizan frecuentemente este principio, ya que, en su caso, las dos fuerzas que actúan sobre ellos, el peso y la normal, se anulan y no existe momento resultante. Como el momento de inercia depende del cuadrado de la distancia de las partes del cuerpo al eje de rotación, encogiendo o extendiendo los miembros es posible conseguir grandes variaciones en el momento de inercia, de modo que se puede variar considerablemente la velocidad angular en los giros y volteretas. Un gato logra caer sobre sus patas utilizando el mismo principio, sirviéndose de la cola como apéndice útil. El mismo principio utilizan los saltadores de trampolín, en cuyo caso la única fuerza que actúa es el peso, que por estar aplicada en el centro de masas no da momento respecto de un eje que pase por dicho punto.

b) Puesto que en el sistema el momento de las fuerzas exteriores es nulo, se conserva el momento angular, y podemos poner:

$$L=\text{cte} \Rightarrow I\omega=\text{cte} \Rightarrow I_{inicial}\omega_{inicial}=I_{final}\omega_{final} \Rightarrow I_A\omega_A-I_B\omega_B=(I_A+I_B)\omega$$

Teniendo en cuenta la relación entre los momentos de inercia:

$$I_A\omega_A-I_B\omega_B=(I_A+I_B)\omega \Rightarrow 3I_B\omega_A-I_B\omega_B=(3I_B+I_B)\omega \Rightarrow 3I_B \cdot 4-I_B \cdot 8=(3I_B+I_B)\omega \Rightarrow 4I_B=4I_B\omega \Rightarrow \omega=1 \text{ rad/s}$$

<u>$\omega=1$ rad/s</u>