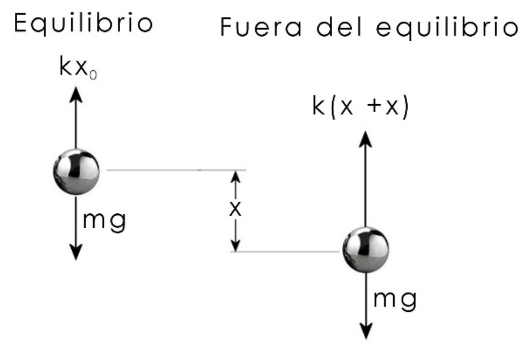
a) Tenemos una masa unida a un resorte. Tomamos como dirección del movimiento el eje X. Consideramos en primer lugar la posición de equilibrio, y después, desplazamos el bloque una cierta cantidad x y lo dejamos oscilar. Para la posición de equilibrio es evidente que el resorte tiene que estar deformado una cantidad x_0. De acuerdo a la segunda ley de Newton, en esta situación:



$$\Sigma F_x=0\Rightarrow mg-kx_0=0$$

A continuación, cuando desplazamos el bloque una cantidad x y lo dejamos oscilar, tendremos:

$$\Sigma F_x=m\ddot{x}\Rightarrow mg-k(x_0+x)=m\ddot{x}\Rightarrow mg-kx_0-kx=m\ddot{x}$$

Por la condición de equilibrio sabemos que $mg-kx_0=0$, de modo que sólo nos queda:

$$mg-kx_0-kx=m\ddot{x}\Rightarrow -kx=m\ddot{x}\Rightarrow m\ddot{x}+kx=0\Rightarrow \ddot{x}+\frac{k}{m}x=0$$

Vemos que esta ecuación tiene la forma de un armónico:

$$\ddot{x}+\omega_0^2x=0$$

De donde por comparación:

$$\omega_0^2=\frac{k}{m}\Rightarrow \omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow 2\pi\nu=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow \nu=\frac{1}{2\nu}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\underline{\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

b) Teniendo en cuenta lo visto en el apartado anterior, el período de las pequeñas oscilaciones del sistema de la figura es:

$$T=\frac{1}{\nu}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Por tanto, en la situación que llamaremos 1, cuando solo tenemos la corredera de masa m_A, el período será:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}}$$

En la situación 2, cuando añadimos la masa m_B=7 kg el nuevo período será:

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{m_A+m_B}{k}}$$

Y tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas, la masa de la corredera m_A y la constante del resorte. Dividiendo las dos expresiones:

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}}}{2\pi\sqrt{\frac{m_A+m_B}{k}}}\Rightarrow \frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{m_A}{m_A+m_B}}\Rightarrow \frac{1,6}{2,1}=\sqrt{\frac{m_A}{m_A+7}}\Rightarrow 0,58=\frac{m_A}{m_A+7}\Rightarrow m_A=9,667\text{ kg}$$

$$\underline{m_A=9,667\text{ kg}}$$

Y en cualquiera de las ecuaciones sustituimos la masa y determinamos la constante del resorte:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{m_A}{k}}\Rightarrow 1,6=2\pi\sqrt{\frac{9,667}{k}}\Rightarrow k=149,077\text{ N/m}$$

$$\underline{k=149,077\text{ N/m}}$$