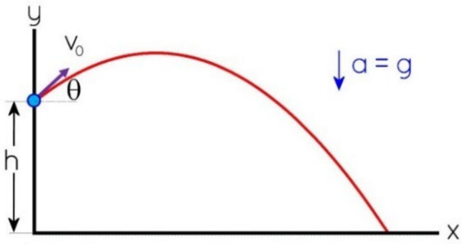


a) El movimiento parabólico es un caso particular de movimiento curvilíneo formado por la combinación de dos movimientos perpendiculares, uno rectilíneo uniforme y otro rectilíneo uniformemente acelerado.

Si el tiro parabólico se realiza en el aire, el objeto se ve sometido únicamente a la aceleración de la gravedad, **g**, vertical y hacia abajo. Utilizamos coordenadas cartesianas, haciendo coincidir el eje x con la dirección horizontal y positiva hacia la derecha, y el eje y con la dirección vertical y positiva hacia arriba. Comenzamos estudiando el eje x. En este eje la aceleración es nula, y por tanto la velocidad es constante:

$$v_x=cte=v_0\cos\theta \Rightarrow v_x=\frac{dx}{dt} \Rightarrow dx=v_x dt \Rightarrow dx=v_0\cos\theta dt \Rightarrow \int_0^x dx=\int_0^t v_0\cos\theta dt$$

$$x|_0^x=v_0\cos\theta t|_0^t \Rightarrow x=v_0\cos\theta t$$

Y vamos al eje y, en el cual la aceleración es constante y es la de la gravedad:

$$a=-g \Rightarrow a=\frac{dv}{dt} \Rightarrow dv=adt \Rightarrow \int_{v_0\text{sen}\theta}^{v_y} dv=\int_0^t -gdt \Rightarrow v|_{v_0\text{sen}\theta}^{v_y}=-gt|_0^t$$

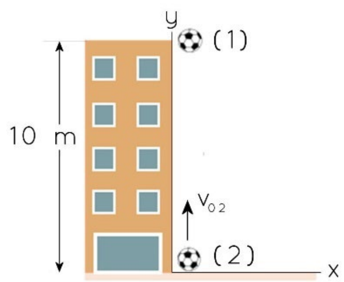
$$v_y-v_0\text{sen}\theta=-gt \Rightarrow v_y=v_0\text{sen}\theta-gt$$

Y para la posición en el eje Y tendremos:

$$v_y=\frac{dy}{dt} \Rightarrow dy=v_y dt \Rightarrow \int_h^y dy=\int_0^t (v_0\text{sen}\theta-gt)dt \Rightarrow y|_h^y=v_0\text{sen}\theta t-g\frac{t^2}{2}\Big|_0^t$$

$$y-h=v_0\text{sen}\theta t-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y=h+v_0\text{sen}\theta t-\frac{1}{2}gt^2$$

b.i) Puesto que son tiros verticales tenemos movimiento en una única dimensión, que llamamos y. Por tanto, resolvemos el problema escalarmente, tomando positivo el sentido hacia arriba y negativo hacia abajo. Llamamos 1 a la pelota que se deja caer desde la parte superior del edificio y 2 a la que se lanza hacia arriba. Así, para la pelota 2, sabemos que se detiene cuando la altura es de 10 m, luego tendremos que en el punto de máxima altura:



$$v_2=0 \Rightarrow v_{2y}=v_{02}-gt_2 \Rightarrow 0=v_{02}-9{,}8t \Rightarrow v_{02}=9{,}8t$$

Y para la posición:

$$y_2=y_{02}+v_{02}t+\frac{1}{2}a_2t^2 \Rightarrow 10=v_{02}t-\frac{1}{2}9{,}8t^2$$

$$10=9{,}8t^2-4{,}9t^2 \Rightarrow t=1{,}429 \text{ s}$$

Por tanto, la pelota 2 tarda 1,429 s en llegar a la azotea y es lanzada hacia arriba con una velocidad inicial:

$$v_{02}=9{,}8t=9{,}8\cdot 1{,}429=14 \text{ m/s}$$

Ahora, en el punto en que las dos pelotas se cruzan la altura y el tiempo coinciden, luego tendremos:

$$y=y_{01}+v_{01}t+\frac{1}{2}a_1t^2 \Rightarrow y=10-\frac{1}{2}9{,}8t^2$$

$$y=y_{02}+v_{02}t+\frac{1}{2}a_2t^2 \Rightarrow y=14t-\frac{1}{2}9{,}8t^2$$

Igualando las dos expresiones:

$$10-\frac{1}{2}9{,}8t^2=14t-\frac{1}{2}9{,}8t^2 \Rightarrow 10=14t \Rightarrow t=0{,}714 \text{ s}$$

Y con este tiempo en cualquiera de las dos expresiones calculamos la altura:

$$y=10-\frac{1}{2}9{,}8t^2=10-4{,}9\cdot 0{,}714^2=7{,}5 \text{ m}$$

$\underline{y=7{,}5 \text{ m}}$

b.ii) Las dos pelotas tienen que tener en el punto de cruce la misma velocidad, ya que sus movimientos son exactamente iguales, pero en sentido inverso. Podemos comprobarlo. La pelota 1 en ese punto tiene una velocidad:

$$v_1=v_{01}+a_1t=-9{,}8\cdot 0{,}714=-7 \text{ m/s}$$

Y la pelota 2:

$$v_2=v_{02}+a_2t=14-9{,}8\cdot 0{,}714=7 \text{ m/s}$$

$\underline{A_0=0{,}425 \text{ m}}$