

a) Cuando un cuerpo se mueve en el seno de un fluido real, tal como un líquido o un gas, aparecen unas fuerzas que actúan sobre el cuerpo y que se oponen a su movimiento. Estas fuerzas son fuerzas de rozamiento que tienen su origen en un enorme número de interacciones entre las moléculas del cuerpo y las del fluido y, principalmente, entre las del propio fluido. Como el fenómeno es demasiado complejo, no podemos establecer una ley exacta para estas fuerzas de rozamiento y nos conformaremos con buscar unas leyes empíricas, y por lo tanto aproximadas, que si bien no nos explican las causas del rozamiento interno en los fluidos, nos permitirán resolver numerosos problemas prácticos. Cuando un cuerpo se mueve en el seno de un fluido con una velocidad relativamente pequeña podemos suponer, como dice el enunciado, que la fuerza resistiva obedece a lo que se denomina ley de Stokes, esto es:

$$\vec{F}_{\text{fricción}} = -k\vec{v} = -K\eta\vec{v}$$

donde hemos descompuesto el coeficiente de rozamiento  $k$  en dos factores. El primero de ellos depende de la forma del cuerpo.

El segundo factor,  $\eta$ , es independiente del material y forma del cuerpo y depende de la naturaleza del fluido y de su temperatura. El coeficiente  $\eta$  representa la fricción interna del fluido, es decir, la fuerza de rozamiento entre las diferentes capas fluidas que se mueven con distinta velocidad. Esta fricción interna se llama viscosidad y  $\eta$  es el coeficiente de viscosidad. La viscosidad de los gases es mucho menos que la de los líquidos y aumenta con la temperatura, al contrario de lo que ocurre con los líquidos.

Para un cuerpo que se desplaza en un fluido viscoso bajo la acción de una fuerza  $\vec{F}$ , tendremos, que aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F - F_{\text{fricción}} = ma \Rightarrow F - K\eta v = ma$$

Si hay aceleración, aumenta la velocidad, con lo que aumentan las fuerzas de fricción y el término de la derecha puede llegar a hacerse nulo. En ese caso la aceleración es nula y la velocidad constante (la fuerza de fricción se equilibra con la fuerza aplicada): a esa velocidad se la llama velocidad límite o terminal:

$$a=0 \Rightarrow v=v_L \Rightarrow F - K\eta v_L = 0 \Rightarrow v_L = \frac{F}{K\eta}$$

En el caso de un cuerpo que cae bajo la acción de la gravedad  $F=mg$ :

$$v_L = \frac{F}{K\eta} = \frac{mg}{K\eta}$$

b) Si despreciamos el efecto del rozamiento y del empuje, las dos pelotas caen al suelo a la vez y con la misma velocidad, ya que parten ambas del reposo y están sometidas a la misma aceleración. Sin embargo, si tenemos en cuenta el efecto del rozamiento, sí influye la masa, y tendrá mayor aceleración la de mayor masa. Si nos fijamos en la ecuación de la velocidad límite, el denominador es igual para ambas pelotas (igual fluido e igual forma); sin embargo, en el numerador influye la masa, y la velocidad límite será mayor para la pelota más pesada.