a) Definimos el centro de masas de un sistema de partículas como el punto cuyo vector de posición es:

$$\vec{r}_{CM}=\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i$$

Podemos determinar la velocidad del centro de masas del sistema derivando respecto del tiempo la expresión de su vector de posición:

$$\vec{r}_{CM}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i \Rightarrow \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt}=\vec{v}_{CM}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{v}_i$$

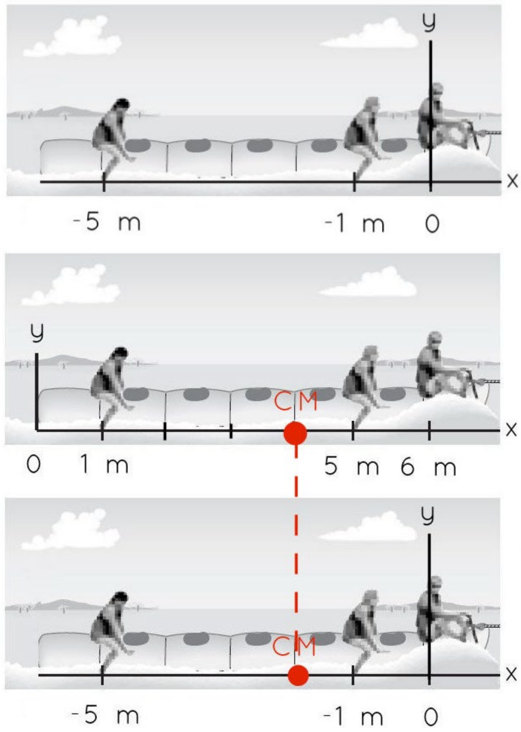
Puesto que:

$$\vec{p}_i=m_i\vec{v}_i \text{ y } \vec{P}=\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i$$

Podemos poner:

$$\mathbf{v_{CM}}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i\mathbf{v_i}=\frac{\mathbf{P}}{m} \Rightarrow \mathbf{P}=m\mathbf{v_{CM}}$$

de modo que la cantidad de movimiento total del sistema de partículas (**P**) es la que correspondería al caso en que toda la masa del sistema (m) estuviese concentrada en el centro de masas del mismo y se moviese con la velocidad de éste ($\mathbf{v_{CM}}$).



bi) La posición del centro de masas será:

$$x_{CM}=\frac{m_Ax_A+m_Bx_B+m_Cx_C}{m_A+m_B+m_C}=\frac{m+5m+6m}{3m}=4\text{ m}$$

$\underline{x_{CM}=4\text{ m}}$

bii)Si tomamos el origen del sistema de referencia en la posición del conductor tendremos lo que aparece en la figura, de manera que nos queda:

$$x'_{CM}=\frac{m_Ax_A+m_Bx_B+m_Cx_C}{m_A+m_B+m_C}=\frac{-5m-m}{3m}=-2\text{ m}$$

$\underline{x'_{CM}=-2\text{ m}}$

La posición física del centro de masas es la misma en los dos casos. El número es distinto, pero porque está medido respecto de orígenes distintos; podemos ver en el gráfico que 4 m a la derecha del final de la barca es exactamente lo mismo que 2 m a la izquierda del conductor.