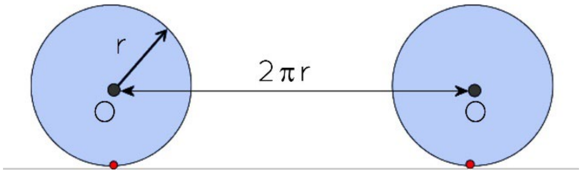


a) Como todo movimiento de un sólido rígido, este movimiento se puede poner como el movimiento de traslación del centro de masas más el movimiento interno, es decir, la rotación alrededor del centro de masas. Supongamos por comodidad que la rueda da una vuelta completa. Cuando la rueda gira un ángulo 2π, el centro de esta experimenta un desplazamiento $2\pi r$, siendo r el radio del sólido. Así, la velocidad de traslación del centro de la rueda (que coincide con el centro de masas) será:

$$v_0=v_{CM}=\frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}}=\frac{2\pi r}{t}$$

Al mismo tiempo, la rueda gira un ángulo 2π, de modo que la velocidad angular será:

$$\omega=\frac{\text{distancia angular recorrida}}{\text{tiempo empleado}}=\frac{2\pi}{t}$$

Sustituyendo esto en la ecuación anterior llegamos a que:

$$v_0=\frac{2\pi r}{t}=\omega r$$

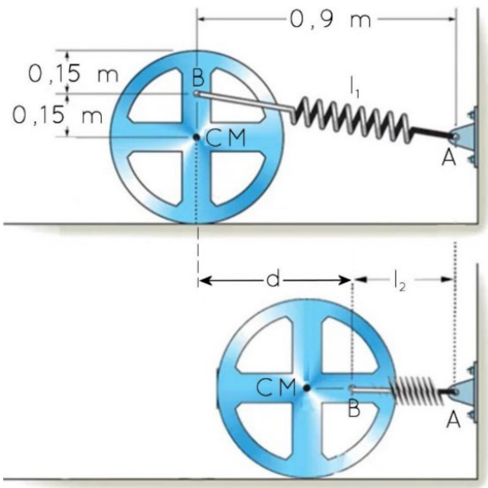
Y derivando esta expresión respecto del tiempo:

$$\frac{dv_0}{dt}=a_0=\frac{d}{dt}(\omega r)=r\frac{d\omega}{dt}=r\alpha$$

Así, tenemos que la condición de rodadura implica que:

$$v_0=\omega r$$
$$a_0=\alpha r$$

Además, para que se produzca rodadura necesariamente ha de haber una fuerza de rozamiento. Como a mayores no hay deslizamiento, deberemos tener en cuenta, tal como vimos en mecánica de la partícula, que dicha fuerza de rozamiento debe ser inferior a su valor máximo $F_r\leq\mu_e N$.



b) En el gráfico podemos ver las dos posiciones de la rueda (llamaremos 1 a la superior y 2 a la inferior). Calculamos los alargamientos de los resortes en cada posición. En la posición superior:

$$x_1=l_1-l_0=\sqrt{0,15^2+0,9^2}-0,15=0,762\text{ m}$$

$\underline{x_1=0,762\text{ m}}$

Y en la posición inferior:

$$x_2=l_2-l_0=(0,9-d)-l_0=0,9-(r\theta+0,15)-l_0=$$
$$=0,9-\left(0,3\frac{\pi}{2}+0,15\right)-0,15=0,129\text{ m}$$

$\underline{x_2=0,129\text{ m}}$

Por último, aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre las dos posiciones:

$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_{Fr}+W_N+W_{kx}=\Delta E_C$

En este caso, el peso no realiza trabajo porque no hay diferencia de altura, la normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento, y la fuerza de rozamiento no realiza trabajo por rodar sin deslizar. Además, la energía cinética inicial es nula, ya que el sistema parte del reposo. Tendremos entonces:

$$W_{kx}=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow \frac{1}{2}k\left(x_1^2-x_2^2\right)=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}I_{cm}\omega^2$$

Puesto que rueda sin deslizar $v_{CM}=\omega r=0,30\omega$ y nos queda:

$$\frac{1}{2}k\left(x_1^2-x_2^2\right)=\frac{1}{2}mv_{CM}^2+\frac{1}{2}I_{cm}\omega^2 \Rightarrow 18\left(0,762^2-0,129^2\right)=25\cdot 0,3^2\omega^2+1,1025\omega^2$$

$\underline{\omega=1,740\text{ rad/s}}$