

a) La ecuación de un movimiento armónico ideal es:

$$x=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

La distancia x que separa la partícula del origen recibe el nombre de elongación. Puesto que la función seno puede tomar todos los valores comprendidos entre -1 y $+1$, los valores de la elongación estarán comprendidos entre $-A_0$ y $+A_0$. La cantidad positiva A_0 , que corresponde al valor absoluto de la elongación máxima, se denomina amplitud del movimiento armónico simple. La cantidad $(\omega_0 t+\varphi)$ recibe el nombre de fase del movimiento, y por ello la constante φ es la constante de fase o fase inicial, esto es, el valor de la fase correspondiente al instante inicial ($t=0$). El valor de la constante de fase φ depende de la selección que hagamos del instante inicial. Y el término ω_0 es la frecuencia natural de la oscilación, que en un movimiento armónico simple es constante. Dicha frecuencia natural es independiente de la amplitud y depende de las propiedades físicas del sistema.

bi) Puesto que se trata de un oscilador las ecuaciones del movimiento son:

$$x=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

$$v=A_0\omega_0\text{cos}(\omega_0 t+\varphi)$$

$$a=-A_0\omega_0^2\text{sen}(\omega_0 t+\varphi)$$

Para un instante cualquiera, si dividimos la posición entre la velocidad tenemos:

$$\frac{a}{x}=-\omega_0^2 \Rightarrow \frac{-123}{0,112}=-\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0=33,139 \text{ rad/s} \Rightarrow \omega_0=2\pi\nu \Rightarrow \nu=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{33,139}{2\pi}=5,27 \text{ Hz}$$

$$\nu=5,27 \text{ Hz}$$

bii) Para un sistema muelle-masa tendremos:

$$\omega_0^2=\frac{k}{m} \Rightarrow m=\frac{k}{\omega_0^2}=\frac{456}{33,139^2}=0,415 \text{ kg}$$

$$m=0,415 \text{ kg}$$

biii) Supongamos ahora que iniciamos el tiempo en el instante en que nos indica el enunciado, es decir:

$$t=0 \Rightarrow x=0,112 \text{ m} \Rightarrow v=-13,6 \text{ m/s} \Rightarrow a=-123 \text{ m/s}^2$$

Aplicamos la ecuación para la posición y la velocidad y tendremos:

$$t=0 \Rightarrow x=0,112 \text{ m} \Rightarrow x=A_0\text{sen}(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow 0,112=A_0\text{sen}\varphi$$

$$t=0 \Rightarrow v=-13,6 \text{ m/s} \Rightarrow v=A_0\omega_0\text{cos}(\omega_0 t+\varphi) \Rightarrow -13,6=33,139A_0\text{cos}\varphi$$

Dividimos la primera ecuación entre la segunda, y tendremos:

$$\frac{0,112}{-13,6}=\frac{\text{tg}\varphi}{33,139} \Rightarrow \text{tg}\varphi=-0,272 \Rightarrow \varphi=2,875 \text{ rad}$$

Y de la ecuación de la posición:

$$0,112=A_0\text{sen}\varphi \Rightarrow 0,112=A_0\text{sen}2,875 \Rightarrow A_0=0,425 \text{ m}$$

$$A_0=0,425 \text{ m}$$