a) Dado un sistema de partículas, la cantidad de movimiento de una cualquiera de ellas, en un marco de referencia inercial dado, viene dada por el producto de su masa por su velocidad, esto es:

$$\mathbf{p_i}=m_i\mathbf{v_i}$$

La cantidad de movimiento total **P** del sistema de partículas en un cierto marco de referencia se define simplemente como la suma vectorial de las cantidades de movimiento de las partículas individuales en ese mismo marco, o sea:

$$\mathbf{P}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p_i}=\sum_{i=1}^{N}m_i\mathbf{v_i}$$

Para establecer el teorema de la cantidad de movimiento para un sistema de partículas, derivamos esta expresión:

$$\mathbf{P}=\sum_{i=1}^{N}m_i\mathbf{v_i}\ \Rightarrow\ \frac{d\mathbf{P}}{dt}=\sum_{i=1}^{N}m_i\frac{d\mathbf{v_i}}{dt}=\sum_{i=1}^{N}m_i\mathbf{a_i}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F_i}$$

Esta expresión nos dice que la rapidez con que cambia la cantidad de movimiento total de un sistema de partículas es igual a la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema.

Este enunciado constituye el teorema de la cantidad de movimiento para un sistema de partículas, y que no es más que una generalización de la ecuación del movimiento de una sola partícula a un sistema de partículas. El teorema de la cantidad de movimiento establece que solamente las fuerzas externas al sistema pueden modificar la cantidad de movimiento total del mismo. Las fuerzas internas al sistema modificarán las cantidades de movimiento individuales de las partículas, pero puesto que las fuerzas internas son iguales y opuestas, producirán cambios iguales y opuestos en las cantidades de movimiento de las partículas individuales, de modo que dichos cambios se compensarán entre sí y no contribuirán al cambio de la cantidad de movimiento total.

Como consecuencia inmediata del teorema de la cantidad de movimiento se tiene el correspondiente principio de conservación. Si suponemos que la fuerza externa resultante que actúa sobre un sistema de partículas es cero, entonces de acuerdo con la expresión anterior tenemos:

$$\text{Si }\mathbf{F}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F_i}=0\Rightarrow\frac{d\mathbf{P}}{dt}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F_i}=0\Rightarrow\mathbf{P}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p_i}=\text{cte}$$

Resultado sencillo, pero muy general, que constituye el llamado principio o ley de la conservación de la cantidad de movimiento:

Cuando la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre un sistema de partículas es nula, la cantidad de movimiento total del sistema permanece constante.

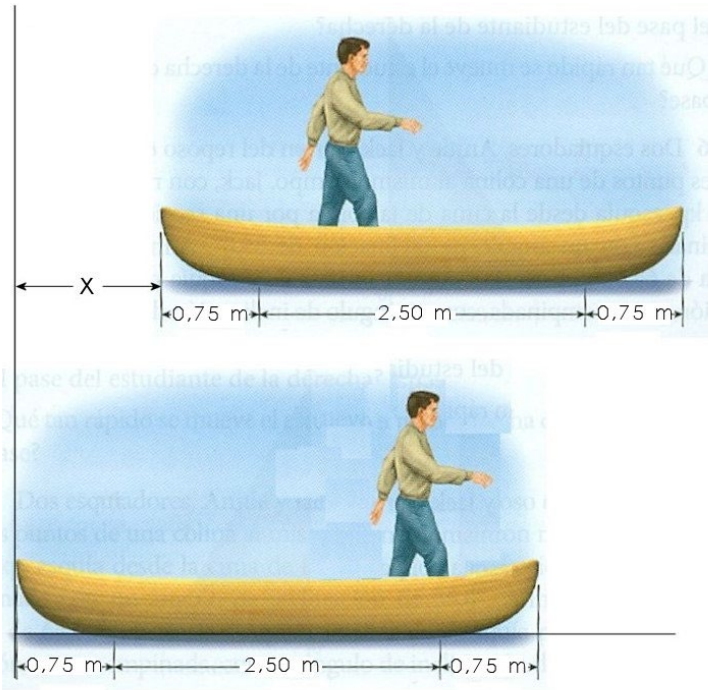
O lo que es lo mismo:

La cantidad de movimiento total de un sistema de partículas aislado permanece constante en el transcurso del tiempo.

b) Si no hay fricción entre la canoa y el agua, sólo actúan fuerzas verticales (eje Y), de modo que en horizontal (eje X):

$$\Sigma\mathbf{F_X}=0\Rightarrow\mathbf{a_{CMX}}=0\Rightarrow\mathbf{v_{CMX}}=\text{cte}$$

Llegamos a la conclusión de que la velocidad del centro de masas en el eje X tiene que mantenerse constante. Puesto que inicialmente es cero, tiene que seguir siéndolo, y si el centro de masas tiene velocidad nula la posición del centro de masas no puede variar. Así, cuando el hombre camina hacia la derecha, la barca reacciona desplazándose hacia la izquierda de modo que la posición del centro de masas sea la misma. Tendremos lo que aparece en la figura. La posición del centro de masas será:



$$x_{CM}=\frac{m_h x_h+m_c x_c}{m_h+m_c}$$

Como esta posición se mantiene:

$$\frac{m_h x_h+m_c x_c}{m_h+m_c}=\frac{m_h x'_h+m_c x'_c}{m_h+m_c}\Rightarrow m_h x_h+m_c x_c=m_h x'_h+m_c x'_c$$

$$55(x+0{,}75)+65(x+2)=55(0{,}75+2{,}5)+65\cdot 2\Rightarrow 120x+171{,}25=308{,}75\Rightarrow x=1{,}146\text{ m}$$

$\underline{x=1{,}146\text{ m}}$