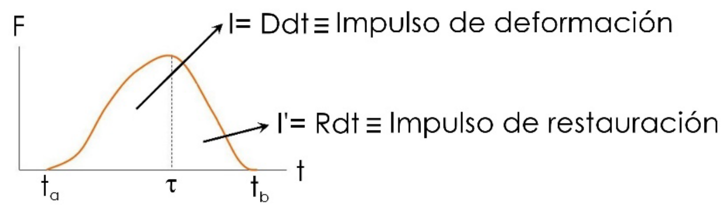

a) En la figura se muestra una posible forma de variación de la fuerza impulsiva (de deformación, D, o de restauración, R) que actúa durante el intervalo de tiempo $t_a \le t \le t_b$ que dura una colisión entre dos partículas. El área encerrada entre la curva F(t) y el eje de abscisas representa el impulso (también llamado percusión) total producida por dicha fuerza. Es conveniente descomponer la percusión total en dos partes, correspondientes a las etapas $t_a \le t \le \tau$ y $\tau \le t \le t_b$ que designaremos por impulso o percusión de deformación (I) e impulso o percusión de restauración (I'). La primera etapa corresponde a la aproximación, durante la colisión, de los centros de las dos esferas, mientras que la segunda etapa corresponde a la separación de los centros de las esferas durante la colisión. En general, estos dos impulsos no son iguales. Se comprueba experimentalmente que los impulsos de deformación y recuperación están relacionados en la forma:

$$I' = eI \Rightarrow e = \frac{I'}{I}$$

donde e es el llamado coeficiente de restitución del choque, que es aproximadamente una constante que tan sólo depende de la naturaleza y estructura de los cuerpos colisionantes.

El coeficiente de restitución de un choque se expresa en función de las velocidades de los móviles antes y después del choque como:

$$e = \frac{v'_B - v'_A}{v_A - v_B}$$

Esta es la regla conocida como regla de Huygens-Newton, que nos dice que la velocidad relativa entre las dos partículas colisionantes después de la colisión es igual a e veces la velocidad relativa entre las mismas antes de la colisión y de signo opuesto a ésta.

El coeficiente de restitución, cuando se refiere a una sustancia, constituye una medida de sus propiedades elásticas, por lo que suele llamársele también coeficiente de elasticidad. El coeficiente de restitución es una magnitud física adimensional y su valor, el mismo en todos los sistemas de unidades, está comprendido entre cero y la unidad ($0 \le e \le 1$). Dicho coeficiente es una medida del grado en que los cuerpos vuelven a su forma original, tras haber tenido lugar la colisión. Podemos encontrar sustancias en las que las fuerzas de rozamiento interno se opongan a la deformación durante la etapa de la deformación, pero que una vez deformados no presentan tendencia alguna a recuperar su forma original. Las colisiones entre cuerpos fabricados con tales sustancias serán completamente inelásticas, y ambos cuerpos quedarán unidos después de la colisión; la expresión anterior nos indica que para una colisión completamente inelástica tendremos e=0. Este es el caso, por ejemplo, de las colisiones entre bolas de barro húmedo y otras sustancias pastosas. La colisión entre un proyectil y un bloque de madera, en el que queda incrustado el proyectil, constituye otro ejemplo típico de colisiones completamente inelásticas.

El otro tipo extremo de colisiones lo constituye la colisión perfectamente elástica, en la que existen fuerzas restauradoras tales que el impulso de restauración es igual el de deformación; en este caso será e=1. La colisión perfectamente elástica difícilmente se presenta en la Naturaleza; de hecho, las únicas colisiones perfectamente elásticas (o casi-elásticas) que se conocen son las que ocurren a escala atómica, nuclear o de partículas elementales. Sin embargo, a menudo podemos tratar algunas colisiones macroscópicas, como las que ocurren entre las bolas del billar, como si fuesen perfectamente elásticas.

b1) La energía mecánica total de la pelota en caída, o subida, bajo la única acción de la gravedad es constante, igual a la suma de energía cinética y potencial.

Para la pelota que cae desde una altura h, su energía mecánica es entonces m.g.h. (energía cinética nula en el punto más alto). Para la pelota que rebota hasta el 80% de su altura original, su energía mecánica total va a ser entonces m.g.0,8.h, ya que de nuevo la energía cinética es nula en el punto más alto. Así:

$$\%E_{perdida}=\frac{E_m-E'_m}{E_m}100=\frac{mgh-0{,}8mgh}{mgh}100=20\%$$

También podemos determinar la velocidad de la partícula antes y después del impacto y con ello la energía cinética máxima (que será también la energía mecánica total). Para calcular la velocidad antes del impacto, tendremos en cuenta que la partícula cae desde una altura h hasta el suelo. Aplicamos el teorema del trabajo y la energía cinética entre estas dos posiciones y tendremos:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow mg(h_1-h_2)=\frac{1}{2}m\left(v_2^2-v_1^2\right) \Rightarrow gh=\frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2=\sqrt{2gh}$$

Esa es la velocidad con que la pelota llega al suelo, es decir, la velocidad de la pelota antes del impacto (v_2). Evidentemente la otra parte del choque es la Tierra, que siempre está en reposo.

Después del impacto la partícula asciende hasta el 80% de la altura inicial. Repetimos el mismo procedimiento y tendremos:

$$W_{1'2'}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow mg(h'_1-h'_2)=\frac{1}{2}m\left(v'^2_2-v'^2_1\right) \Rightarrow g0{,}8h=\frac{1}{2}v'^2_2 \Rightarrow v'_2=\sqrt{2g0{,}8h}=\sqrt{1{,}6gh}$$

Por tanto, la energía mecánica antes y después del rebote, que solo será cinética en el punto más bajo del movimiento, será:

$$E_C=\frac{1}{2}mv_2^2=\frac{1}{2}m2gh=mgh$$

$$E'_C=\frac{1}{2}mv'^2_2=\frac{1}{2}m1{,}6gh=0{,}8mgh$$

Y el porcentaje de energía perdida será:

$$\%E_{perdida}=\frac{E_C-E'_C}{E_C}100=\frac{mgh-0{,}8mgh}{mgh}100=20\%$$

<u>En cada rebote se pierde el 20% de la energía</u>

A partir de las velocidades antes y después del choque podemos calcular ya el coeficiente de restitución del choque, que será:

$$e=\frac{v'_B-v'_A}{v_A-v_B}=\frac{v'_B}{-v_B}=\frac{\sqrt{1{,}6gh}}{\sqrt{2gh}}=0{,}894$$

<u>e=0,894</u>

b2) Si el choque es completamente inelástico el coeficiente de restitución es cero, y por tanto las dos partículas después del choque tienen la misma velocidad v'. Puesto que se conserva la cantidad de movimiento tendremos:

$$p=p' \Rightarrow m2v+mv=2mv' \Rightarrow 2v'=3v \Rightarrow v'=\frac{3v}{2}$$

En modulo, la energía perdida (que será cinética) es:

$$\Delta E_C=E_C-E_C'=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}m(2v)^2-\frac{1}{2}2m\left(\frac{3v}{2}\right)^2=\frac{1}{2}m\left(v^2+4v^2-4{,}5v^2\right)=0{,}25v^2$$

El porcentaje de energía perdida será:

$$\%E_{perdida}=\frac{E_C-E'_C}{E_C}100=\frac{0{,}25v^2}{\frac{5}{2}v^2}100=10\%$$

<u>Se ha perdido el 10% de la energía</u>