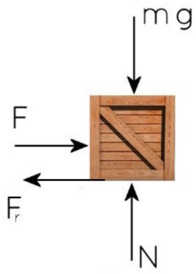


a) Si hacemos un diagrama de sólido libre de la caja tendremos lo que aparece en la figura. Veremos que cuando la magnitud de la fuerza F es suficientemente pequeña el bloque permanece en reposo sobre el tablero; la fuerza F está contrarrestada por una fuerza de rozamiento (estático) en la misma dirección, pero en sentido opuesto al de la fuerza aplicada, ejercida por el suelo y que se produce en la superficie de contacto. A medida que vamos aumentando la magnitud de la fuerza aplicada F nos iremos acercando a un valor límite para el cual el movimiento es inminente. Hasta alcanzarse ese valor límite, la fuerza de rozamiento estática irá creciendo de modo que en todo momento contrarreste exactamente a la fuerza aplicada F. En esta situación límite diremos que el tablero ejerce una fuerza de rozamiento estático máxima sobre el bloque. Cuando aumentemos, aunque sólo sea ligeramente, la intensidad de la fuerza aplicada por encima de ese valor límite, observaremos que el bloque se pone en movimiento, y que dicho movimiento es acelerado. Se demuestra así que una vez iniciado el movimiento la fuerza de rozamiento ha disminuido, es decir, la fuerza de rozamiento cinético es menor que la de rozamiento estático máxima. Si después de iniciado el movimiento reducimos la intensidad de la fuerza F aplicada a un valor conveniente, encontraremos que es posible conservar el bloque en movimiento uniforme; esta fuerza puede ser pequeña, pero no nula. Así, si representamos en una gráfica la fuerza de rozamiento frente a la fuerza F aplicada, durante el intervalo estático tendremos que la fuerza de rozamiento y la fuerza F se contrarrestan y son iguales ($F=F_r \Rightarrow$ recta de pendiente positiva y ángulo 45º), hasta llegar al valor máximo. A partir de ahí, la fuerza de rozamiento disminuye instantáneamente al valor cinético, que permanece constante y es inferior al estático. Puesto que esta fuerza de rozamiento es constante, si seguimos aumentando la fuerza F lo que aumentará es el valor de la aceleración, de acuerdo a la ecuación:

$$\Sigma F_x=ma \Rightarrow F-F_r=ma$$

Experimentalmente puede verse que la fuerza de rozamiento estática es aproximadamente independiente del área (macroscópica) de contacto, dentro de unos límites muy amplios, y es proporcional a la fuerza normal de presión entre las superficies de contacto. La proporcionalidad entre el valor máximo de la fuerza de rozamiento estático y la fuerza normal se establece a través del llamado coeficiente de rozamiento estático, que designaremos por μ_e, de modo que:

$$F_r\leq\mu_e N$$

siendo válido el signo = sólo cuando la fuerza de rozamiento tiene su valor máximo, es decir, cuando el movimiento es inminente.

La fuerza de rozamiento cinético entre superficies secas además es independiente de la velocidad relativa de las superficies (al menos si ésta es moderada) y es menor que la fuerza de rozamiento estática entre las mismas superficies. La relación de la fuerza de rozamiento cinético a la magnitud de la fuerza normal es el llamado coeficiente de rozamiento cinético, que designaremos por μ_c, de modo que:

$$F_r=\mu_c N$$

Tanto μ_e como μ_c son constantes adimensionales, puesto que ambas son el cociente de las magnitudes de dos fuerzas. Los valores de los coeficientes de rozamiento, estático y cinético, dependen principalmente de la naturaleza de las superficies y de su grado de pulimento. Ambos coeficientes pueden tener valores superiores a la unidad, si bien en los problemas más corrientes no será ese el caso, y de ordinario es $\mu_e>\mu_c$.

bi) Puesto que todo el movimiento se produce en el mismo sentido, la distancia recorrida y la posición final coinciden en este caso. En el primer tramo no hay rozamiento, luego la única fuerza que hay en la dirección horizontal es la fuerza externa F y tendremos:

$$\Sigma F_x=ma_1 \Rightarrow F=ma_1 \Rightarrow 30=3a_1 \Rightarrow a_1=10\ m/s^2$$

$$\underline{a_1=10\ m/s^2}$$

En el segundo tramo aparece una fuerza de rozamiento con $\mu=0{,}3$, de manera que ahora tendremos:

$$\Sigma F_x=ma_2 \Rightarrow F-F_r=ma_2 \Rightarrow F-\mu N=ma_2 \Rightarrow F-\mu mg=ma_2 \Rightarrow 30-0{,}3\cdot 3\cdot 9{,}8=3a_2 \Rightarrow a_2=7{,}06\ m/s^2$$

$$\underline{a_2=7{,}06\ m/s^2}$$

Por último, la fuerza F deja de actuar y sólo permanecerá la de rozamiento, de manera que en el tramo final:

$$\Sigma F_x=ma_3 \Rightarrow F_r=ma_3 \Rightarrow \mu N=ma_3 \Rightarrow \mu mg=ma_3 \Rightarrow a_3=\mu g=0{,}3\cdot 9{,}8=2{,}94\ m/s^2$$

$$\underline{a_3=2{,}94\ m/s^2}$$

bii) Vamos a ver el espacio recorrido en cada tramo. En todos los tramos el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado, en los dos primeros tramos acelerado y en el tramo final retardado. En el primer tramo se recorren 20 m, en un tiempo:

$$x_1=x_{01}+v_{01}t_1+\frac{1}{2}a_1t_1^2 \Rightarrow 20=\frac{1}{2}10t_1^2 \Rightarrow t_1=2\ \mathrm{s}$$

Y en estos 2 s el cuerpo alcanza una velocidad de:

$$v_1=v_{01}+a_1t_1=10\cdot 2=20\ \mathrm{m/s}$$

En el segundo tramo el cuerpo parte de una posición inicial de 20 m y con una velocidad inicial de 20 m/s y mantiene este movimiento durante 5 s, alcanzando la posición:

$$x_2=x_{02}+v_{02}t_2+\frac{1}{2}a_2t_2^2=20+20\cdot 5+\frac{1}{2}7{,}06\cdot 5^2=208{,}25\ \mathrm{m}$$

Y alcanza una velocidad de:

$$v_2=v_{02}+a_2t_2=20+7{,}06\cdot 5=55{,}3\ \mathrm{m/s}$$

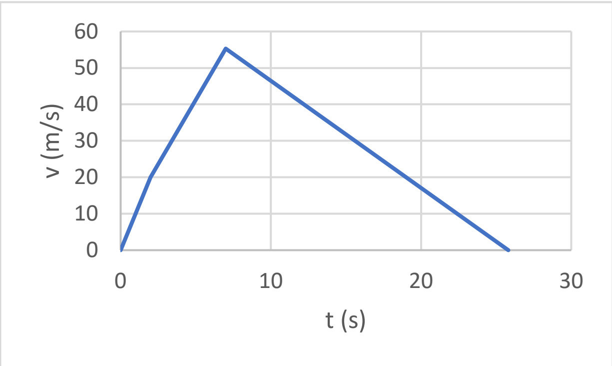
Y en el tercer tramo el cuerpo frena hasta detenerse; el movimiento se inicia desde la posición 208,25 m y con una velocidad inicial de 55,3 m/s, invirtiendo un tiempo:

$$v_3=v_{03}+a_3t_3 \Rightarrow 0=55{,}3-2{,}94t_3 \Rightarrow t_3=18{,}810\ \mathrm{s}$$

Y la posición final será:

$$x_3=x_{03}+v_{03}t_3+\frac{1}{2}a_3t_3^2=208{,}25+55{,}3\cdot 18{,}810-\frac{1}{2}2{,}94\cdot 18{,}810^2=728{,}333\ \mathrm{m}$$

$$\underline{x_3=728{,}333\ \mathrm{m}}$$



biii) Ahora dibujamos la gráfica velocidad-tiempo. Tenemos tres tramos, todos ellos de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, los dos primeros aceleración positiva y el último con aceleración negativa. Por tanto, la gráfica velocidad tiempo tendré dos rectas de pendiente positiva y una de pendiente negativa. Los límites de cada tramo serán (los obtenemos de los apartados anteriores):

Tramo 1: desde $t=0 \Rightarrow v=0$ hasta $t=2$ s $\Rightarrow v=20$ m/s

Tramo 2: desde $t=2$ s $\Rightarrow v=20$ m/s hasta $t=7$ s (5 s +2 s)$\Rightarrow v=55{,}3$ m/s

Tramo 3: desde $t=7$ s $\Rightarrow v=55{,}3$ m/s hasta $t=25{,}81$ s (7 s +18,81 s)$\Rightarrow v=0$