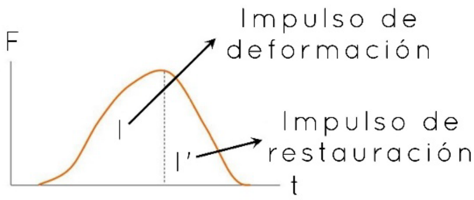

ai) Cuando dos o más partículas, o sistemas de partículas, se aproximan entre sí, sus interacciones mutuas alteran sus movimientos, y se produce un intercambio de cantidad de movimiento, de momento angular, de energía, y eventualmente, de masa; decimos, en un sentido amplio, que ha tenido lugar una colisión o choque. En el caso de la mecánica, consideraremos únicamente la colisión física (contacto físico) entre dos partículas. Además, únicamente hemos considerado el caso de colisión frontal central. Este choque tiene dos fases, una de deformación (desde que se inicia el contacto hasta la deformación máxima) y una de restauración (hasta que termina el contacto). En la figura se muestra una posible forma de variación de la fuerza impulsiva que actúa durante el tiempo que dura la colisión. El área encerrada entre la curva F(t) y el eje de abscisas representa el impulso o percusión total producida por dicha fuerza. En general, el impulso producido en la fase de restauración es menor que el producido en la fase de deformación. El cociente entre estos dos impulsos recibe el nombre de coeficiente de restauración del choque:

$$e=\frac{I'}{I}$$

Dicho coeficiente también puede expresarse en función de las velocidades relativas de las partículas antes y después del choque:

$$e=\frac{v'_A-v'_B}{v_B-v_A}$$

aii) El coeficiente de restitución, cuando se refiere a una sustancia, constituye una medida de sus propiedades elásticas, por lo que suele llamársele también coeficiente de elasticidad. El coeficiente de restitución es una magnitud física adimensional y su valor, el mismo en todos los sistemas de unidades, está comprendido entre cero y la unidad ($0\leq e\leq 1$). Dicho coeficiente es una medida del grado en que los cuerpos vuelven a su forma original, tras haber tenido lugar la colisión. Hay dos casos extremos de choques. Por un lado, ciertas colisiones son completamente inelásticas, siendo el impulso de recuperación nulo (deformación total sin recuperación), y ambos cuerpos quedan unidos después de la colisión; para una colisión completamente inelástica tendremos $I'=0$ y por tanto $e=0$. En este tipo de colisiones se conserva la cantidad de movimiento (en todos los choques se conserva) pero no la energía mecánica (cinética).

El otro tipo extremo de colisiones lo constituye la colisión perfectamente elástica, en la que existen fuerzas restauradoras tales que el impulso de restauración es igual el de deformación ($I'=I$), y las fuerzas son por ello conservativas y no hay disipación de energía; en este caso será $e=1$. En dichas colisiones se conserva tanto la cantidad de movimiento como la energía mecánica (cinética).

bi) Inicialmente la pelota se deja caer desde una altura de 4 m. Aplicando el teorema de las fuerzas vivas entre la posición 1 de partida y la posición 2 en la que choca con el suelo tendremos:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow mg(h_1-h_2)=\frac{1}{2}m\left(v_2^2-v_1^2\right)$$

$$9{,}8\cdot 4=\frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2=8{,}854\ \mathrm{m/s}$$

La pelota choca contra el suelo con una velocidad de 8,854 m/s. Por tanto, ya tenemos las velocidades antes del choque; si llamamos A a la pelota y B al suelo tendremos $v_A=-8{,}854$ m/s y $v_B=0$ (el suelo está en reposo), donde el signo negativo implica que el sentido es hacia abajo.

Vamos a ver lo que ocurre en el rebote, considerando el dato de que sube 2 m. Operando de forma análoga podemos calcular la velocidad con la que parte la pelota del suelo:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C \Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C \Rightarrow mg(h_1-h_2)=\frac{1}{2}m\left(v_2^2-v_1^2\right)$$

$$9{,}8\cdot 2=\frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2=6{,}261\ \mathrm{m/s}$$

Y así tenemos las velocidades de la pelota y el suelo después del impacto, que serán $v'_A=6{,}261$ m/s y $v'_B=0$ (el suelo está en todo momento en reposo). Por tanto, el coeficiente de restitución será:

$$e=\frac{v'_A-v'_B}{v_B-v_A}=\frac{6{,}261}{-(-8{,}854)}=0{,}707$$

bii) Ahora vamos al siguiente rebote. Por conservación de la energía la pelota la pelota llega al suelo con la velocidad que partió. Para saber con qué velocidad partirá la pelota de nuevo tras el nuevo choque aplicamos el coeficiente de restitución y tendremos:

$$e=\frac{v'_A-v'_B}{v_B-v_A}\Rightarrow 0{,}707=\frac{v'_A}{6{,}261}\Rightarrow v'_A=4{,}427\ m/s$$

Y aplicando de nuevo el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{12}=\Delta E_C\Rightarrow W_{mg}=\Delta E_C\Rightarrow -\Delta U=\Delta E_C\Rightarrow mg(h_1-h_2)=\frac{1}{2}m\left(v_2^2-v_1^2\right)\Rightarrow 9{,}8h_1=\frac{1}{2}4{,}427^2\Rightarrow h_1=1\ m$$

$\underline{h_1=1\ m}$

biii) Las velocidades antes y después del primer choque para la pelota, que es la única que varía su energía cinética, son v_A=8,854 m/s y v'_A=6,261 m/s. Así, la variación de energía cinética es:

$$\Delta E_C=\frac{1}{2}m\left(v'^2_A-v^2_A\right)=\frac{1}{2}0{,}3\left(6{,}261^2-8{,}854^2\right)=-5{,}879\ J$$

$\underline{\Delta E_C=-5{,}879\ J}$