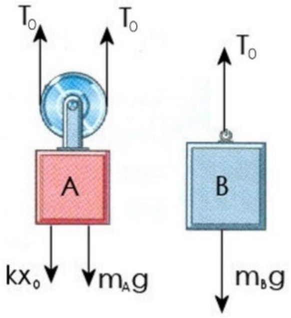
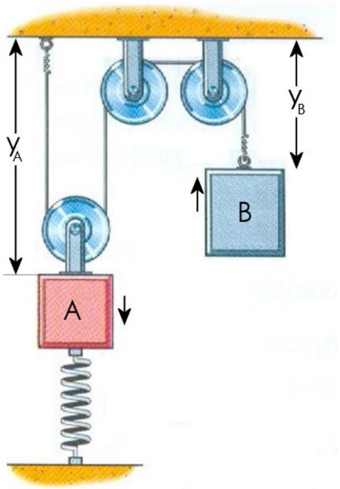
a) En la posición de equilibrio no tenemos aceleraciones, luego hacemos solo los diagramas de fuerzas de los dos bloques, y aplicamos la segunda ley de Newton a ambos. Llamaremos T_0 y x_0 respectivamente a la tensión y a la elongación del resorte en la situación de equilibrio. Tendremos:



$$\Sigma F_y=0 \Rightarrow T_0-m_Bg=0 \Rightarrow T-10\cdot 9{,}8=0 \Rightarrow T_0=98\ \text{N}$$
$$\Sigma F_y=0 \Rightarrow 2T-m_Ag-kx_0=0 \Rightarrow 2\cdot 98-2\cdot 9{,}8-800x_0=0 \Rightarrow x_0=0{,}2205\ \text{m}$$

$$\underline{x_0=0{,}2205\ \text{m}}$$

b) En los siguientes apartados vamos a tener movimiento, luego vamos a determinar en primer lugar la relación entre las velocidades y aceleraciones de los dos bloques. Llamamos y_A a la posición en cualquier instante del bloque A, e y_B a la posición en cualquier instante del bloque B. Al pasar de nuevo por la posición de equilibrio, el bloque B asciende y el bloque A desciende. Por tanto, tendremos que:



$$\frac{dy_A}{dt}=v_A;\ \frac{dy_B}{dt}=-v_B;\ \frac{dv_A}{dt}=a_A;\ \frac{dv_B}{dt}=a_B$$

Expresamos la longitud de la cuerda en función de las posiciones de los bloques y las constantes del movimiento y nos quedará:

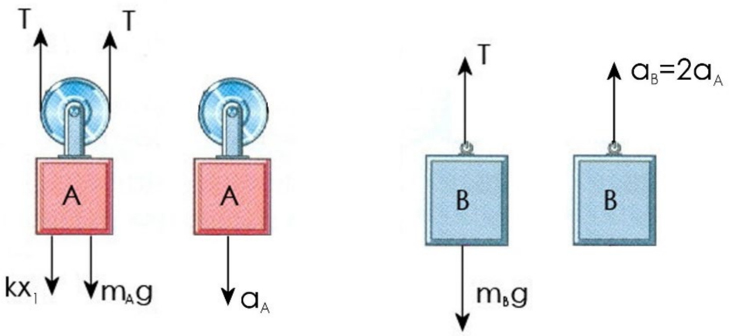
$$L=y_A\pm ctes+y_A+y_B=2y_A+y_B\pm ctes$$

Derivamos esta expresión respecto del tiempo:

$$\frac{dL}{dt}=0 \Rightarrow 2\frac{dy_A}{dt}+\frac{dy_B}{dt}=0 \Rightarrow 0=2v_A-v_B \Rightarrow v_B=2v_A$$

Y volviendo a derivar respecto del tiempo nos queda:

$$\frac{dv_B}{dt}=2\frac{dv_A}{dt} \Rightarrow a_B=2a_A$$



Ahora hacemos los diagramas de fuerzas de los dos bloques, teniendo en cuenta que existen aceleraciones y que $a_B=2a_A$. Nos queda lo que aparece en la figura, donde hemos llamado T a la tensión en la cuerda en este momento y x_1 a la elongación del resorte. En esta posición, el bloque B ha descendido 500 mm, de manera que el bloque A ha ascendido 250 mm, por lo que la elongación del resorte en esta posición es:

$$x_1=x_0+0{,}25=0{,}2205+0{,}25=0{,}4705\ \text{m}$$

Aplicando la segunda ley de Newton a cada bloque:

$$\Sigma F_y=m_Aa_{Ay} \Rightarrow 2T-kx_1-m_Ag=-m_Aa_A \Rightarrow 2T-800\cdot 0{,}4705-2\cdot 9{,}8=-2a_A \Rightarrow 2T-396=-2a_A$$
$$\Sigma F_y=m_Ba_{By} \Rightarrow T-m_Bg=m_Ba_B \Rightarrow T-10\cdot 9{,}8=10\cdot 2a_A \Rightarrow T-98=20a_A$$

Y tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas. De la segunda ecuación:

$$T-98=20a_A \Rightarrow T=98+20a_A$$

Y sustituyendo en la primera:

$$2T-396=-2a_A \Rightarrow 2(98+20a_A)-396=-2a_A \Rightarrow 196+40a_A-396=-2a_A \Rightarrow a_A=4{,}762\ m/s^2$$

$$\underline{a_A=4{,}762\ m/s^2}$$

La tensión en la cuerda:

$$T=98+20a_A=98+20\cdot 4{,}762=193{,}238\ N$$

$$\underline{T=193{,}238\ N}$$

Y la aceleración del otro bloque:

$$a_B=2a_A=2\cdot 4{,}762=9{,}524\ m/s^2$$

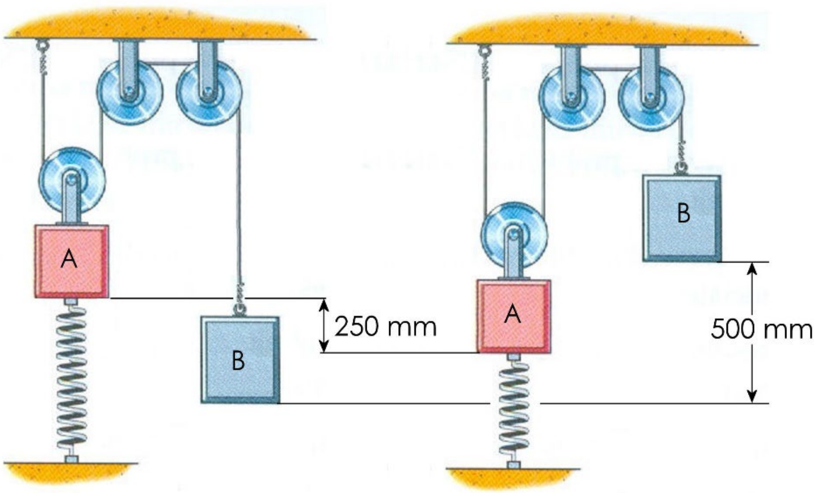
$$\underline{a_B=9{,}524\ m/s^2}$$

c) Por último, vamos a aplicar el teorema del trabajo y la energía cinética al conjunto de los dos bloques entre la posición (1), cuando bajamos el bloque B 500 mm y lo soltamos desde el reposo, y la posición (2), cuando el sistema pasa por la posición de equilibrio. Tendremos en cuenta que cuando el bloque B se desplaza una cantidad "y" el bloque A se desplaza la mitad "y/2". Por tanto, cuando el bloque B desciende 500 mm el bloque A asciende 250 mm. En la situación inicial, que hemos llamado (1), el resorte estará estirado 250 mm más que en la posición de equilibrio o situación (2):

$$x_1=x_0+0{,}25=0{,}2205+0{,}25=0{,}4705\ m$$

Y en la posición que hemos llamado (2) el resorte está estirado lo mismo que en la situación de equilibrio:

$$x_2=x_0=0{,}2205\ m$$



Aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$W_{12}=\Delta E_C \Rightarrow W_{mg}+W_{kx}+W_T=\Delta E_C$$

$$m_A g(h_{1A}-h_{2A})+m_B g(h_{1B}-h_{2B})+\frac{1}{2}k\left(x_1^2-k_2^2\right)=\frac{1}{2}m_A v_A^2+\frac{1}{2}m_B v_B^2$$

$$2\cdot 9{,}8\cdot 0{,}25-10\cdot 9{,}8\cdot 0{,}5+\frac{1}{2}800\left(0{,}4705^2-0{,}2205^2\right)=\frac{1}{2}2v_A^2+\frac{1}{2}10(2v_A)^2 \Rightarrow v_A=1{,}091\ m/s$$

$$\underline{v_A=1{,}091\ m/s}$$

Y la velocidad del bloque B:

$$v_B=2v_A=2\cdot 1{,}091=2{,}182\ m/s$$

$$\underline{v_B=2{,}182\ m/s}$$

$$\omega_2=\omega_1+\alpha t=15+13{,}13\cdot 0{,}361=19{,}74\ rad/s$$