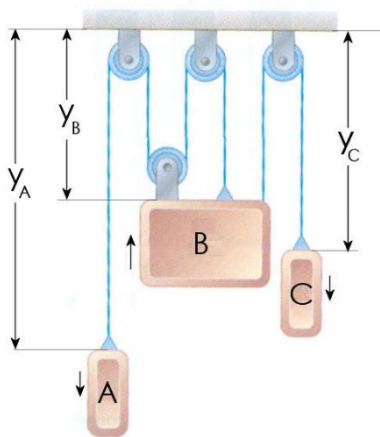




a) Vamos a establecer la relación entre las velocidades y aceleraciones de los tres bloques. Tenemos que B asciende, por lo que A y C descienden. A continuación, marcamos las posiciones absolutas de los bloques como y_A , y_B e y_C , de manera que tendremos:

$$\frac{dy_A}{dt} = v_A; \quad \frac{dy_B}{dt} = -v_B; \quad \frac{dy_C}{dt} = v_C$$

$$\frac{dv_A}{dt} = a_A; \quad \frac{dv_B}{dt} = a_B; \quad \frac{dv_C}{dt} = a_C$$

Expresamos en función de estas posiciones la longitud de la cuerda que une los bloques A y B:

$$L_{AB} = y_A + 3y_B \pm \text{ctes}$$

Y derivamos esta expresión respecto del tiempo:

$$L_{AB} = y_A + 3y_B \pm \text{ctes} \Rightarrow 0 = \frac{dy_A}{dt} + 3 \frac{dy_B}{dt} \Rightarrow 0 = v_A - 3v_B \Rightarrow v_A = 3v_B$$

Por tanto, si el bloque A va tres veces más rápido que el B, cuando B asciende 2 m A descenderá el triple, es decir, 6 m:

$$y_A = 6 \text{ m}$$

Y volviendo a derivar respecto del tiempo:

$$v_A = 3v_B \Rightarrow \frac{dv_A}{dt} = 3 \frac{dv_B}{dt} \Rightarrow a_A = 3a_B$$

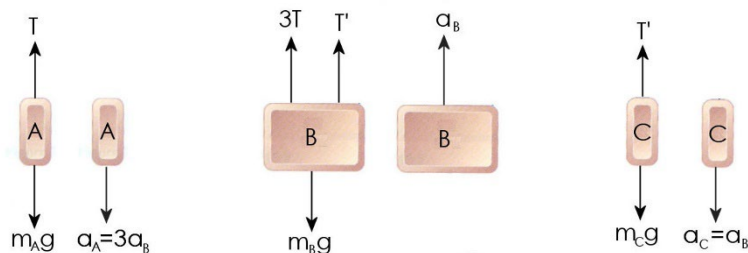
Seguimos el mismo procedimiento con la cuerda que une los bloques B y C y tendremos:

$$L_{BC} = y_B + y_C \pm \text{ctes} \Rightarrow 0 = \frac{dy_B}{dt} + \frac{dy_C}{dt} \Rightarrow 0 = v_B - v_C \Rightarrow v_B = v_C \Rightarrow \frac{dv_B}{dt} = \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow a_B = a_C$$

Puesto que los bloques B y C tienen siempre la misma velocidad, cuando B asciende 2 m C descenderá la misma distancia:

$$y_C = 2 \text{ m}$$

b) Hacemos los diagramas de fuerzas y aceleraciones de los tres bloques y aplicamos la segunda ley de Newton al eje Y. Nos queda:



$$A: \Sigma F_y = m_A a_{Ay} \Rightarrow T - m_A g = -m_A a_A \Rightarrow T - 9 \cdot 9,8 = -9a_A \Rightarrow T - 88,2 = -9a_A$$

$$T - 88,2 = -9 \cdot 3a_B \Rightarrow T - 88,2 = -27a_B$$

$$B: \Sigma F_y = m_B a_{By} \Rightarrow 3T + T' - m_B g = m_B a_B \Rightarrow 3T + T' - 27 \cdot 9,8 = 27a_B \Rightarrow 3T + T' - 264,6 = 27a_B$$

$$C: \Sigma F_y = m_C a_{Cy} \Rightarrow T' - m_C g = -m_C a_C \Rightarrow T' - 9 \cdot 9,8 = -9a_C \Rightarrow T' - 88,2 = -9a_B$$

Y tenemos un sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas:

$$T - 88,2 = -27a_B$$

$$3T + T' - 264,6 = 27a_B$$

$$T' - 88,2 = -9a_B$$

De la segunda ecuación:

$$3T + T' - 264,6 = 27a_B \Rightarrow T' = 264,6 - 3T + 27a_B$$

Y sustituimos en las otras dos:

$$T - 88,2 = -27a_B$$

$$T' - 88,2 = -9a_B \Rightarrow 264,6 - 3T + 27a_B - 88,2 = -9a_B \Rightarrow 176,4 - 3T = -36a_B$$

Nos quedan dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$\begin{aligned} T-88,2 &= -27a_B \\ 176,4-3T &= -36a_B \end{aligned}$$

De la primera ecuación:

$$T-88,2 = -27a_B \Rightarrow T = 88,2 - 27a_B$$

Y sustituyendo en la segunda:

$$176,4-3T = -36a_B \Rightarrow 176,4-3(88,2-27a_B) = -36a_B \Rightarrow a_B = 0,754 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_B = 0,754 \text{ m/s}^2}$$

Los bloques B y C tienen la misma aceleración:

$$\underline{a_C = 0,754 \text{ m/s}^2}$$

Y para el bloque A:

$$a_A = 3a_B = 3 \cdot 0,754 = 2,262 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a_A = 2,262 \text{ m/s}^2}$$

Las tensiones las tenemos despejadas, es ir hacia atrás en el sistema de ecuaciones:

$$T = 88,2 - 27a_B = 88,2 - 27 \cdot 0,754 = 67,846 \text{ N}$$

$$\underline{T = 67,846 \text{ N}}$$

Y la otra tensión:

$$T' = 264,6 - 3T + 27a_B = 264,6 - 3 \cdot 67,846 + 27 \cdot 0,754 = 81,420 \text{ N}$$

$$\underline{T' = 81,420 \text{ N}}$$

c) Como todas las fuerzas son constantes el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado, de modo que para el bloque B tendremos:

$$y_B = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_B t^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} 0,754 t^2 \Rightarrow t = 2,303 \text{ s} \Rightarrow v_B = v_0 + a_B t = 0,754 \cdot 2,303 = 1,737 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_B = 1,737 \text{ m/s}}$$

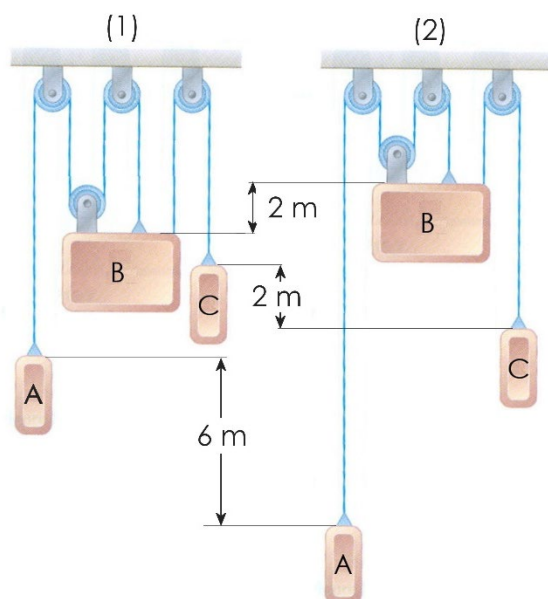
El resto de las velocidades podemos calcularlas con esta misma ecuación (puesto que el tiempo es el mismo para los tres bloques y tenemos las tres aceleraciones) o teniendo en cuenta la relación entre las velocidades de los bloques:

$$v_A = 3v_B = 3 \cdot 1,737 = 5,210 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_A = 5,210 \text{ m/s}}$$

$$v_C = v_B = 1,737 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_C = 1,737 \text{ m/s}}$$



También podríamos haber aplicado el teorema de las fuerzas vivas entre la posición inicial (1), la del dibujo, cuando los bloques parten del reposo, y la final (2), cuando el bloque B ha ascendido 2 m y los bloques A y C han descendido 6 y 2 m respectivamente. Tendremos lo que aparece en la figura, y sabemos por las longitudes de las cuerdas que $v_A = 3v_B$ y $v_C = v_B$. Aplicando este teorema al conjunto de los tres bloques:

$W_{12} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mAg} + W_{mBg} + W_{mCg} + W_T + W_{T'} = \Delta E_C$
 Los trabajos de las tensiones son todos iguales por pares y de signo contrario, luego se anulan, de manera que solo realizan trabajo los pesos de los tres bloques:

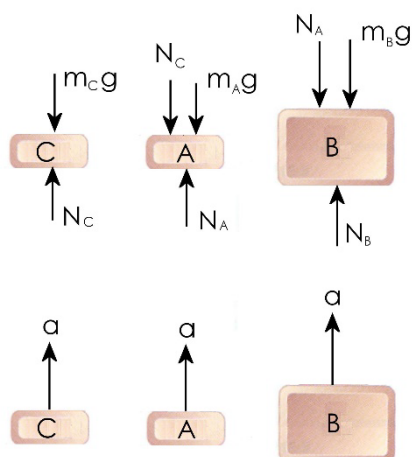
$$W_{mAg} + W_{mBg} + W_{mCg} + W_T + W_{T'} = \Delta E_C$$

$$W_{mAg} + W_{mBg} + W_{mCg} = \Delta E_C$$

$$m_A g (h_{A1} - h_{A2}) + m_B g (h_{B1} - h_{B2}) + m_C g (h_{C1} - h_{C2}) = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} m_C v_C^2$$

$$9 \cdot 9,8 \cdot 6 - 27 \cdot 9,8 \cdot 2 + 9 \cdot 9,8 \cdot 2 = \frac{1}{2} 9 (3v_B)^2 + \frac{1}{2} 27 v_B^2 + \frac{1}{2} 9 v_B^2 \Rightarrow v_B = 1,737 \text{ m/s}$$

Vemos que obtenemos la misma velocidad que en de la otra forma, y por tanto v_A y v_C serían también las mismas.



d) Si los bloques están en contacto todos tienen la misma aceleración ($a_A = a_B = a_C = a = 8 \text{ m/s}^2$). Por tanto, si hacemos el diagrama de fuerzas y aceleraciones de cada uno de los bloques tendremos lo que aparece en la figura. A continuación, vamos resolviendo cada bloque empezando por arriba (bloque C), que es el bloque que menos contactos tiene:

$$\Sigma F_y = m a_{Cy} \Rightarrow N_C - m_C g = m_C a \Rightarrow N_C - 9 \cdot 9,8 = 9 \cdot 8$$

$$\underline{N_C = 160,2 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = m_A a_{Ay} \Rightarrow N_A - N_C - m_A g = m_A a$$

$$N_A - 160,2 - 9 \cdot 9,8 = 9 \cdot 8$$

$$\underline{N_A = 320,4 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = m_B a_{By} \Rightarrow N_B - N_A - m_B g = m_B a$$

$$N_B - 320,4 - 27 \cdot 9,8 = 27 \cdot 8$$

$$\underline{N_B = 801 \text{ N}}$$