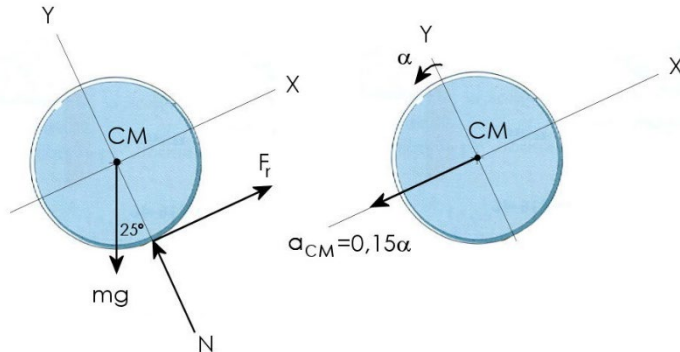


a) Inicialmente suponemos que el disco rueda sin deslizar, por lo que tenemos las condiciones:

$$F_r \leq \mu N; a_O = a_{CM} = \alpha R = 0,15\alpha; v_O = v_{CM} = \omega R = 0,15\omega$$

Y el momento de inercia del disco respecto del centro de masas vale:

$$I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}15 \cdot 0,15^2 = 0,16875 \text{ kgm}^2$$



Hacemos el diagrama de fuerzas y de aceleraciones del disco y aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow N - mg \cos 25^\circ = 0$$

$$N = mg \cos 25^\circ =$$

$$= 5 \cdot 9,8 \cos 25^\circ = 133,227 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow F_r - mg \sin 25^\circ = -ma_{CM}$$

$$F_r - 15 \cdot 9,8 \sin 25^\circ = -15 \cdot 0,15\alpha$$

$$F_r - 62,125 = -2,25\alpha$$

$$\Sigma M_{CM} = I_{CM}\alpha \Rightarrow F_r R = I_{CM}\alpha$$

$$0,15 F_r = 0,16875\alpha \Rightarrow F_r = 1,125\alpha$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$F_r - 62,125 = -2,25\alpha$$

$$F_r = 1,125\alpha$$

Sustituyendo la Segunda ecuación en la primera:

$$F_r - 62,125 = -2,25\alpha \Rightarrow 1,125\alpha - 62,125 = -2,25\alpha \Rightarrow \alpha = 18,407 \text{ rad/s}^2$$

La fuerza de rozamiento será:

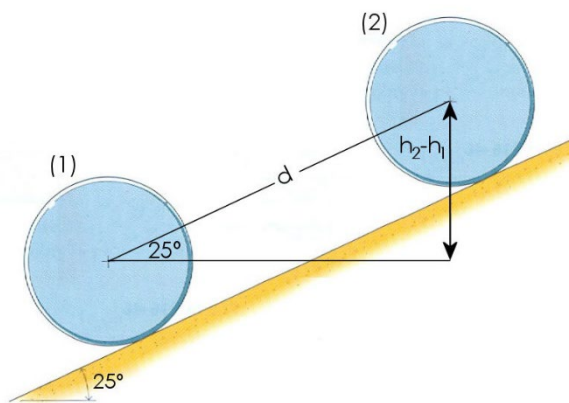
$$F_r = 1,125\alpha = 1,125 \cdot 18,407 = 20,708 \text{ N}$$

Comprobamos si el disco rueda sin deslizar, es decir:

$$F_r \leq \mu N \Rightarrow 20,708 \leq 0,25 \cdot 133,227 \Rightarrow 20,708 \leq 33,307$$

Vemos que la desigualdad es correcta, luego el disco rueda sin deslizar y la solución que hemos calculado es correcta:

$$\alpha = 18,407 \text{ rad/s}^2$$



b) Aplicamos el teorema de las fuerzas vivas entre la situación (1), en la que la velocidad angular es  $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$  y  $v_{CM1} = \omega_1 R = 10 \cdot 0,15 = 1,5 \text{ m/s}$  y la situación (2) en la que el disco se detiene. Tendremos:

$$W_{12} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg} + W_N + W_{Fr} = \Delta E_C \Rightarrow W_{mg} = \Delta E_C$$

$$mg(h_1 - h_2) = -\frac{1}{2}mv_{CM1}^2 - \frac{1}{2}I_{CM}\omega_1^2$$

$$-15 \cdot 9,8 d \sin 25^\circ = -\frac{1}{2}15 \cdot 1,5^2 - \frac{1}{2}0,16875 \cdot 10^2$$

$$d = 0,407 \text{ m}$$

Como todas las fuerzas son constantes también podríamos haber utilizado las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado para el centro de masas. Inicialmente la velocidad del centro de masas es  $v_1 = \omega_1 R = 10 \cdot 0,15 = 1,5 \text{ m/s}$  y su aceleración  $a = \alpha R = 18,407 \cdot 0,15 = 2,761 \text{ m/s}^2$ . Tendremos entonces que:

$$v_2 = v_1 + at \Rightarrow 0 = 1,5 - 2,761t \Rightarrow t = 0,543 \text{ s}$$

$$x_2 = x_1 + v_1 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow d = 1,5 \cdot 0,543 - \frac{1}{2}2,761 \cdot 0,543^2 = 0,407 \text{ m}$$

Obtenemos el mismo resultado.

c) Para que el disco no deslice se tiene que cumplir que:

$$F_r \leq \mu N \Rightarrow 20,708 \leq 133,227 \mu \Rightarrow \mu \geq 0,155$$

Por tanto, el mínimo coeficiente de rozamiento será:

$$\underline{\mu_{\min} = 0,155}$$