

a) Empecemos por la velocidad relativa de A respecto de B. La ecuación general del movimiento relativo es:

$$\vec{v}_p = \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \vec{r}' + \vec{v}_{rel}$$

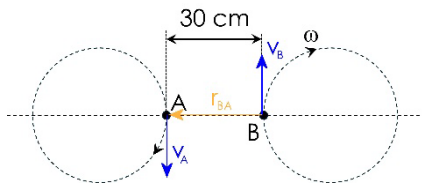
En esa ecuación $\vec{v}_p$ es la velocidad absoluta de la partícula, en nuestro caso A; el término $(\vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \vec{r}')$ recibe el nombre de velocidad de arrastre y es la que lleva el sistema de referencia respecto del cual se realiza la observación (B), y se divide en dos términos, $\vec{v}_{O'}$, que es el arrastre de traslación y $\vec{\omega} \times \vec{r}'$ que es el arrastre de rotación. Obviamente $\vec{\omega}$ es la velocidad angular del sistema de referencia (B) y $\vec{r}'$ es el vector de posición, desde el sistema de referencia (B) hasta la partícula que estudiamos (A); por último $\vec{v}_{rel}$ es la velocidad relativa de la primera partícula respecto de la segunda (A respecto de B, y que también podemos representar como $v_{A/B}$). Con todo esto, podemos determinar la velocidad relativa de A respecto de B como:

$$\vec{v}_p = \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \vec{r}' + \vec{v}_{rel} \Rightarrow \vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{BA} + \vec{v}_{rel} \Rightarrow \vec{v}_{rel} = \vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B - \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{BA}$$

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B - \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{BA}$$

Siguiendo el mismo razonamiento para obtener la velocidad de B respecto de A llegamos a la misma expresión, pero cambiando los subíndices:

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A - \vec{\omega}_A \times \vec{r}_{AB}$$



b) Nos piden la velocidad relativa de A respecto de B luego tendremos:

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_A - \vec{v}_B - \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{BA}$$

Vamos a ir determinando los vectores. En cuanto a las velocidades de las dos partículas, nos las dan, y serán tangentes a la trayectoria y con sentido el de avance del móvil; la velocidad angular tiene la dirección del eje de rotación (Z) y sentido horario (negativo), y en módulo podemos determinarla teniendo en cuenta que B realiza un movimiento circular y que por tanto $v_B = \omega_B R \Rightarrow 3 = 0,2 \omega_B \Rightarrow \omega_B = 15 \text{ rad/s}$; y el vector de posición es horizontal y hacia la izquierda. Los vectores son, por tanto:

$$\vec{v}_A = -3\vec{j}; \vec{v}_B = 3\vec{j}; \vec{\omega}_B = -15\vec{k}; \vec{r}_{BA} = -0,3\vec{i}$$

Y sustituyendo todo:

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_A - \vec{v}_B - \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{BA} = -3\vec{j} - 3\vec{j} - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -15 \\ -0,3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -10,5\vec{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{rel} = -10,5\vec{j} \text{ m/s}$$