

a) A la izquierda tenemos el diagrama de fuerzas del bloque, y en rojo la aceleración en el caso de que existiera. La segunda ley de Newton vectorialmente será:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

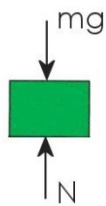
Si descomponemos en cada eje (tomaremos siempre el eje X paralelo al plano inclinado y el eje Y perpendicular a él) tendremos:

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow mg \sin \theta - F_r = ma$$

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow N - mg \cos \theta = 0$$

La componente del peso a lo largo del plano inclinado es:

$$P_x = mg \sin \theta = F_r + ma$$

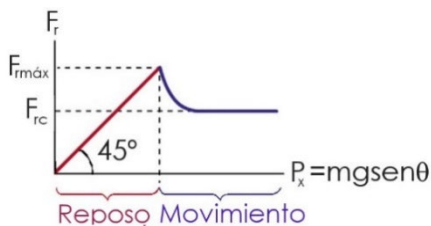


Veamos qué ocurre a medida que vamos inclinando el plano. Comencemos por $\theta = 0$ (plano horizontal). Es evidente que en este caso el cuerpo no se mueve, y tendremos que en este primer momento:

$$mg \sin \theta = F_r \Rightarrow mg \sin 0 = F_r \Rightarrow F_r = 0 \Rightarrow P_x = 0$$

Comenzamos a inclinar el plano aumentando θ y por tanto P_x , y observaremos que durante un intervalo de ángulos el bloque no se mueve, ya que la fuerza de rozamiento iguala a la componente del peso.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow mg \sin \theta - F_r = 0 \Rightarrow P_x - F_r = 0 \Rightarrow P_x = 0$$



Conforme vamos aumentando el ángulo del plano inclinado, y por tanto P_x , nos iremos acercando a un valor límite para el cual el movimiento es inminente. Hasta alcanzarse ese valor límite, la fuerza de rozamiento estática ha ido creciendo de modo que en todo momento contrarresta exactamente a la componente del peso P_x . En esta situación límite diremos que el plano ejerce una fuerza de rozamiento estático máxima sobre el bloque. Cuando aumentemos, aunque sólo sea ligeramente, el ángulo del plano inclinado por encima de ese valor límite, observaremos que el bloque se pone en movimiento, y que dicho movimiento es acelerado. Se demuestra así que una vez iniciado el movimiento la fuerza de rozamiento ha disminuido, es decir, la fuerza de rozamiento cinético es menor que la de rozamiento estático máxima. Si después de iniciado el movimiento reducimos el ángulo a un valor conveniente, encontraremos que es posible conservar el bloque en movimiento uniforme; este ángulo puede ser pequeño, pero no nulo. Así, si representamos en una gráfica la fuerza de rozamiento frente a la componente del peso en la dirección del plano inclinado P_x , durante el intervalo estático tendremos que la fuerza de rozamiento y P_x se contrarrestan y son iguales (recta de pendiente positiva y ángulo 45°), hasta llegar al valor máximo. A partir de ahí, la fuerza de rozamiento disminuye instantáneamente al valor cinético, que permanece constante y es inferior al estático.

b) Calculamos el ángulo límite para el cual el bloque desliza. En el momento en que el movimiento es inminente la suma de fuerzas es nula (último instante del tramo estático) y la fuerza de rozamiento adquiere su valor máximo $F_r = F_{r\max} = \mu_e N = \mu_e mg \cos \theta$.

Tendremos entonces:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow mg \sin \theta - F_r = 0 \Rightarrow mg \sin \theta - \mu_e mg \cos \theta = 0 \Rightarrow \sin \theta - \mu_e \cos \theta = 0$$

Dividimos la ecuación por $\cos \theta$:

$$\sin \theta - \mu_e \cos \theta = 0 \Rightarrow \tan \theta - \mu_e = 0 \Rightarrow \tan \theta = \mu_e \Rightarrow \tan \theta = 0,55 \Rightarrow \theta = 28,811^\circ$$

Como el ángulo del plano inclinado es de 35° , el bloque desliza, la fuerza de rozamiento es la cinética y tiene aceleración. Por tanto:

$$F_r = \mu_c N = \mu_c mg \cos \theta = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 9,8 \cos 35^\circ = 1,284 \text{ N}$$

$$\underline{F_r = 1,284 \text{ N}}$$

Y resolviendo el eje X:

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow mg \sin \theta - F_r = ma \Rightarrow 0,4 \cdot 9,8 \sin 35^\circ - 1,284 = 0,4a \Rightarrow a = 2,410 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{a = 2,410 \text{ m/s}^2}$$