

a) Lo que podemos hacer es derivar dos veces la expresión de la posición para ver que llegamos a la ecuación diferencial de segundo orden, demostrando así que la expresión de x indicada es solución de la ecuación diferencial. Por tanto, tendremos:

$$\begin{aligned} x &= A_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) \\ \dot{x} = v &= \frac{dx}{dt} = A_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ \ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{dv}{dt} &= -A_0 \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow \ddot{x} = -\omega_0^2 x \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \end{aligned}$$

A_0 , ω_0 y φ son constantes, dependiendo A_0 y φ de las condiciones iniciales.

La distancia x que separa la partícula del origen recibe el nombre de elongación. Puesto que la función seno puede tomar todos los valores comprendidos entre -1 y $+1$, los valores de la elongación estarán comprendidos entre $-A_0$ y $+A_0$. La cantidad positiva A_0 , que corresponde al valor absoluto de la elongación máxima, se denomina amplitud del movimiento armónico simple.

La cantidad $(\omega_0 t + \varphi)$ recibe el nombre de fase del movimiento, y por ello la constante φ es la constante de fase o fase inicial, esto es, el valor de la fase correspondiente al instante inicial ($t=0$).

Por último, ω_0 se denomina frecuencia angular natural de la oscilación, y depende de las características del sistema, siendo $\sqrt{k/m}$ para una masa unida a un resorte, $\sqrt{g/L}$ para un péndulo simple... Se obtiene tras el estudio dinámico del sistema.

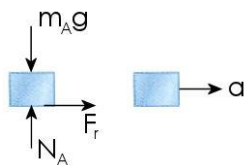
b) Puesto que el resorte inicialmente está sin deformar, lo separamos 60 mm de la posición de equilibrio y lo soltamos desde el reposo, esa será la máxima elongación y por tanto, la amplitud:

$$\underline{A_0 = 60 \text{ mm}}$$

Puesto que tenemos un bloque unido a un resorte la frecuencia natural de la oscilación será:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{900}{25}} = 6 \text{ rad/s}$$

$$\underline{\omega_0 = 6 \text{ rad/s}}$$



Hacemos ahora el diagrama de fuerzas y aceleraciones del bloque A. Podemos ver que la aceleración es variable y, por tanto, la fuerza de rozamiento también. Dicha fuerza, para que A no deslice respecto de B, debe estar por debajo de su valor máximo. Por tanto, para cubrir todo el movimiento, el caso más desfavorable será el instante en que la aceleración sea máxima (extremos de la oscilación), donde la fuerza de rozamiento será máxima. La aceleración en el movimiento armónico simple es:

$$a = -A_0 \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Puesto que la aceleración depende del seno, dicha aceleración será máxima cuando el seno adquiriera su valor máximo (± 1). Así, la aceleración máxima será:

$$a = -A_0 \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi) \Rightarrow a = a_{\max} \Rightarrow \sin(\omega_0 t + \varphi) = \pm 1 \Rightarrow a_{\max} = A_0 \omega_0^2$$

Tendremos entonces, de la segunda ley de Newton en el caso más desfavorable:

$$\Sigma F_y = m_A a_{Ay} \Rightarrow N_A - m_A g = 0 \Rightarrow N_A = m_A g = 5 \cdot 9,8 = 49 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = m_A a_{Ay} \Rightarrow F_r = m_A a_{\text{m}\acute{a}\text{x}} = m_A A_0 \omega_0^2 = 5 \cdot 0,06 \cdot 6^2 = 10,8 \text{ N}$$

Y para que el bloque A no deslice la fuerza de rozamiento debe ser inferior a la máxima:

$$F_r \leq \mu_e N_A \Rightarrow 10,8 \leq 49 \mu_e \Rightarrow \mu_e = 0,220$$

$$\underline{\mu_e = 0,220}$$